TRATTATO

DI

M U S I C A

SECONDO LA VERA SCIENZA

DELL'ARMONIA.

IN P A D O V A, MDCCLIV

Nella Stamperia del Seminario.

Appresso Giovanni Manfrè.

CON LICENZA DE' SUPERIORI, E PRIVILEGIO.

DECIO AGOSTINO TRENTO

All'erudito, e cortese Leggitore.

Ciò, che il più delle volte suole accadere agli uomini di adoperarsi, e tener dietro a quello a che meno pensavano, succede a me in oggi, che distratto dagli studi per il tenor delle cose mie, pur devo espormi agli occhi dei Letterati in atto di presentar loro un Libro di nuovo, e grave argomento. Questo Libro egli è un parto del virtuosissimo Signor Giuseppe Tartini, il quale volendo graziosamente condiscendere a me, ch'era voglioso di saper l'origine, e la scienza più tosto che la pratica della Musica, si è adoperato in estendere questo Trattato, il quale per la novità del metodo, e per la sceltezza delle cognizioni, supera di gran lunga ogni attentato più vivo di qualunque ricerca, ch'io gli abbia mai fatta fra i nostri privati trattenimenti. Imperciocchè siccome Egli è tutto immerso nello investigare, e nello scorrere da capo a fondo la Scienza fisico-armonica; così non può a meno che di questa più assai non tratti che della Musica, piccolo ruscello benché delizioso, derivante da quella gran fonte. In questo modo però Ei ci ha forniti di un bene ridondante così, che io capace non sono di goderne appieno: e quindi mi trovo condotto alla dura necessità di patire la taccia di sconoscente verso di Lui, o d'invidioso e d'ingiusto con gli uomini eruditi, quando amassi meglio di lasciar anzi perire tal bene nella obblivione, che di parteciparlo a coloro, che sapranno goderne più di me e sazietà. Quanto a Lui, che per modestia somma si è sempre gagliardamente commosso al solo cenno di voler io mettere in luce questo suo dono, so ch'Ei non riceve per un tratto di gratitudine la risoluzione di usare come di cosa mia, di questi suoi Scritti; ma quanto a tenerli occulti, e privar così il Pubblico di questo vantaggio, tolga Iddio da me tal pensiero, che io stimo indegno d'ogni uomo onesto. Io però a Voi li presento, cortese, ed erudito Leggitore, che ne sarete più degno estimatore di me: e la offerta poi si farà degna di Voi, se vi compiacerete di leggerne il contenuto con matura ponderazione. Nè mi opponeste già di non sentir voi passione o diletto alcuno per la Musica, o di non intenderla bastevolmente; che mal mi opporreste: poiché sol tanto che vogliate voi risalire alcun poco verso l'origine di lei, troverete una fonte di cognizioni filosofiche non volgari viva perenne inesausta. Da questa preziosa fonte derivano sempre le dimostrazioni, e le verità filosofiche onde ha felicemente asperso questo Trattato il nostro Autore. Leggetelo dunque di buon animo attentamente: che di questa mia asserzione vi troverete sì presto persuaso, come dei rari talenti di Lui si è tosto persuasa qualunque persona erudita, ch'abbia avuta occasione di praticarlo familiarmente. E se nel leggerlo Ei vi reca piacere, vi prego di ciò solamente, che mi aggiungiate col giudizio vostro, e col vostro applauso tanto di conforto, ch'io mi tenga pago di aver tratto un giorno quest'uomo, ad onta d'ogni sua difesa, dal nascosto silenzio, ove una troppo rigida modestia lo vuol giacente, e sepolto. Il che certo, quando si prenda la cosa in somma, dovrà valermi per un testimonio di riconoscenza, e di affetto verso di Lui, che amo assai da gran tempo, e da cui sommamente mi sento essere amato. Questo si è il mio intendimento nel pubblicare questo Trattato; e intendo in oltre di attestare al Mondo tutto, che se io non sono fornito a dovere di Lettere, riverisco però profondamente chiunque sia fornito di Lettere, erudizione, e dottrina. Riverisco perciò ancora Voi, Lettore erudito e cortese, e vi desidero ogni maggiore felicità.

GIUSEPPE TARTINI

AL NOBILE SIG. CONTE

DECIO AGOSTINO TRENTO.

Ho finalmente scritto con ordine secondo il di lei comando quanto si è tra noi variamente discorso in diversi tempi sopra l'Armonia Musicale teorica, e pratica: particolar suo diletto. Nell'obbedirla mi son compiaciuto per due ragioni. La prima si è, che nel secondare questo suo desiderio, vengo ad esercitare quella doppia legge di rispetto, e di amore, che le professo. La seconda, significantissima nel caso presente, si è quella di dover ripassare con tutta la maggior riflessione quelle dispute, che tra noi sono occorse nel trattare in voce questa materia. Il di lei ingegno veramente profondo, e sistematico non è capace di acquietarsi ad una ragione singolare, separata da quella catena di ragioni, che conducono per forza a que' tali principi primi, sopra de' quali certamente non possa assegnarsi altro principio. Io pur troppo ne ho la prova a mie spese; confessandole di nuovo quanto le ho confessato altre volte, che per risponder adeguatamente alle di lei obbiezioni sempre gravissime, e sempre sistematiche, ho dovuto pensar molto. Ora siamo nel caso, e alle strette. Ella si è compiaciuta di trattar meco discorsivamente questo soggetto senza impegno di studio metodico, senza ordine di tempo, e di materie; in somma per suo diletto, e non per sua occupazione. Può darsi benissimo, che molte volte Ella non abbia avvertito a tutte le difficoltà, e opposizioni; perché sebben il suo ingegno sia prontissimo, e la sua memoria non sia che intelligenza: nientedimeno è facile talora il divertire altrove la mente; e questo sviamento benché dipenda per lo più da circostanze estrinseche, può tanto e tanto far sì, che a tutto con esattezza non si possa avvertire. Quante volte sono stati interrotti i nostri discorsi da sue visite, e affari senza averli mai ripigliati, e consumati? Ora io mi compiaccio di porle sotto gli occhi il sistema intero, e ordinato. Lo leggerà a suo comodo; non le sfuggirà cosa alcuna dalla considerazione; ed io ritornato in Città sentirò con piacere, e con interesse il suo giudizio, che per me è di momento sommo. L'ordine preso nella esposizione del Trattato nasce dalle cose, com'Ella vedrà. Ho separato da quest'ordine il breve trattato della Scienza Aritmetica, acciò ella possa rivederlo, e tenerselo pronto al bisogno. Il di più di questa Scienza, di cui il trattato è una minima parte, è superfluo presentemente. Le mantengono fedelmente il patto di non attendere all'erudizioni, e le giuro di non aver durato fatica nel mantenerglielo con tutta esattezza. Ho creduto inutile cosa il discendere alle minime particolarità dell'Armonia pratica, o sia contrappunto. Le avrei fatto torto sapendo io per prova quali, e quanti corollari ella sappia legittimamente dedurre da una sicura proposizione. Oltre di che il mio proponimento in questo trattato non altro si è che formare uno scheletro del sistema musicale dedotto da principi fisici, e dimostrativi, e costituito dalle sue parti integrali in tal modo, che non lasci luogo veruno di aggiungere, o levare cosa alcuna alla di lui sostanza, sebben vi resta luogo a molte deduzioni; e tale, se non m'inganno, è stato il suo desiderio, e comando. Non mi son poi potuto difendere da un riso smoderato cagionatomi dal primo pensiero venutomi in capo di scrivere il trattato presente in stile piuttosto colto, che piano. Buona sorte, che non vi ho alloggiato. Lo stile è basso, nonché piano; e così va bene, perché così ella vede, che scrivo di cuore, e non di testa. In somma io ho fatto il meglio, che ho potuto, e saputo per obbedirla, e desidero di cuore di esservi riuscito.

TRATTATO PREMESSO [p. 1]

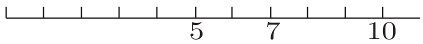
NEL breve presente trattato, piccola parte della scienza aritmetica antica, si suppongono cognite le comuni operazioni di sommare, sottrarre, moltiplicar, e divider le ragioni. L'immediato, e prossimo fondamento di questa parte dipende dalla dimostrazione assegnata nel terzo Capitolo, Proposizione sesta, Figura VI, per dimostrare, che nella sestupla si trova periodo, e compimento della estensione integrale dell'armonico sistema in forza de' quattro mezzi della ragion dupla dimostrata principio primo universale del sistema. Di consenso comune essendo quattro i mezzi di qualunque ragione, armonico, geometrico, aritmetico, contrarmonico; per dimostrazione comune, data la dupla 120, 60, essendo il mezzo armonico 80, l'aritmetico 90, il contrarmonico 100, e nella sopraccennata dimostrazione risultando oltre i tre assegnati un altro mezzo, ch'è 84; se sono veri mezzi li tre assegnati, sarà vero mezzo anco il quattro. Ma dati li tre mezzi, armonico, aritmetico, contrarmonico, non vi manca se non il geometrico. Dunque il risultato 84 è il mezzo geometrico, che manca: molto più perché risulta tra il mezzo armonico 80, e aritmetico 90. Non essendo 84 né l'uno, né l'altro de' due mezzi suddetti, e risultando dimostrativamente tra li medesimi, dentro de' quali deve trovarsi il mezzo geometrico, sarà 84 il mezzo geometrico rispettivo all'armonico sistema; qual mezzo ridotto con li suoi estremi relativi 120, 60 a numeri primi, è 10, 7, 5. Di questo tal mezzo, come geometrico, non si ha, né può aversi idea, perché è contro la definizione, e intelligenza comune. S'intende, e definisce, che il mezzo geometrico sia quello, le di cui differenze sono tra loro in ragione eguale alla ragione dimidiata [p. 2]
degli estremi. Dato 1, 2, 4, saranno le differenze 1, 2. Dunque in ragione eguale alla ragion dimidiata 1, 2 e 2, 4 degli estremi 1, 4. Ma dati 5, 7, 10, la ragion formata dalle differenze 2, 3, non è eguale alla ragione 5, 7 né alla ragione 7, 10 degli estremi 5, 10; né lo può essere, perché 5, 7; 7, 10 non sono ragioni eguali tra loro. Dunque 7 non è, né può esser mezzo geometrico tra 5, 10, secondo la definizione, e intelligenza comune.

Tutto è vero dimostrativamente; anzi (per corollario) il mezzo geometrico moltiplicato in se stesso dovendo produrre quanto gli estremi moltiplicati tra loro, è chiaro, che moltiplicato 7 in se stesso producendo 49, e gli estremi 5, 10, tra loro producendo 50, non può esser 7 mezzo geometrico secondo la definizione, e intelligenza comune. Oltredichè è cosa nota, che quando nel numero aritmetico comune non vi sia la ragione duplicata, come 1, 4 ragion duplicata di 1, 2; così 4, 9, ragion duplicata di 4, 6 ec., è inassegnabile il mezzo geometrico in numero razionale: essendo più assioma, che proposizione, che data qualunque ragione semplice, o composta della serie aritmetica, il mezzo geometrico rispettivo è di quantità irrazionale; e però inassegnabile col numero razionale, e solamente assegnabile, e dimostrabile per linea.

Dopo aver tuttociò accordato alla Scienza Geometrica, si deve indagare cosa debba accordarsi alla Scienza armonica, a cui questo mezzo appartiene, e da cui è dimostrativamente dedotto. Per conoscer la sua natura è necessaria la sua analisi. Dati li tre termini 5, 7, 10, de' quali sono differenze 2, 3; dati a ragguaglio di conversione di mezzo negli estremi li tre termini 7, 10, 14, de' quali sono differenze 3, 4, si rileva, che 5 è somma di 2, 3; che 7 è somma di 3, 4. Ma sommate le due ragioni formate dalle due differenze $\frac{\substack{2\\3}}{6}$, $\frac{\substack{3\\4}}{12}$ il risultato è la ragion subdupla 6, 12, e però uguale a 5, 10, estremi del mezzo 7, e a 7, 14, estremi del mezzo 10. Dunque la formazione de' due numeri 5, 7 è la somma de' termini delle due ragioni integranti la dupla;

cioè sesquialtera 3, 2, $\underset{\text{somma}}{}\ \begin{matrix}3\\2\\\hline 5\end{matrix}$; sesquiterza 4, 3, $\underset{\text{somma}}{}\ \begin{matrix}4\\3\\\hline 7\end{matrix}$; e ciò in genere di principio primo. Rispetto a questo principio è certo, che 5 è relativo alla ragion sesquialtera 3, 2; 7 è relativo alla ragion sesquiterza 4, 3; e come queste due ragioni sommate formano la dupla, così 5, 7, devono esser termini relativi alla dupla. Si deve dunque esaminare di qual natura sia questa relazione.

Dati li tre termini, 5, 7, 10, e formata una serie, o sia progressione per somma nel modo [p. 3] seguente per estremi dupli, 5, 7, 10 ragguagliati ad una linea divisa in dieci parti eguali



5	7			
12,	17,	24		ragguagliati alla stessa linea divisa in parti 24
	12	17		
	29	41	58	ragguagliati alla stessa linea divisa in parti 58
		29	41	
		70	99	140 ragguagliati alla stessa linea divisa in parti 140 ec.

Si trova, che il prodotto di 7, come mezzo geometrico della subdupla 5, 10, moltiplicato in se stesso, manca dal prodotto degli estremi 5, 10 moltiplicati tra loro, della ragione differenziale 49, 50. Che il prodotto di 17, come mezzo geometrico della subdupla 12, 24 moltiplicato in se stesso, eccede il prodotto degli estremi 12, 24 moltiplicati tra loro della ragione differenziale 289, 288. Dunque in molto minor differenza di 49, 50. Che il prodotto di 41, come mezzo geometrico della subdupla 29, 58, moltiplicato in se stesso, manca dal prodotto degli estremi, 29, 28, moltiplicati tra loro, della ragione differenziale 1681, 1682. Dunque in differenza molto minore di 288, 289. Che il prodotto di 99, come mezzo geometrico della subdupla 70, 140, moltiplicato in se stesso, eccede il prodotto degli estremi 70, 140, moltiplicati tra loro della ragione differenziale 9801, 9800. Dunque in differenza molto minore di 1682, 1681. Ma la progressione è infinita, e in infinito si va sempre più approssimando il prodotto del mezzo, come geometrico, al prodotto degli estremi. Dunque tal mezzo è di natura geometrica in genere, e per conseguenza è geometrica la sua relazione agli estremi. Della stessa natura saranno le rispettive differenze, che procedono dalla prima posizione de' due termini 5, 7.

	12.		17.		24.		29.		41.		58.		70.		99.		140.
differenze		5.		7.				12.		17.				29.		41.	ec.

Ma più. Dati li stessi tre termini 5, 7, 10, formanti per moltiplica la proporzion dupla geometrica discreta $\begin{matrix}5 & 7\\ 7 & 10\\ \hline \multicolumn{2}{c}{35, 49, 50, 70}\end{matrix}$ e dedotto il mezzo aritmetico tra li due mezzi 49, 50, sarà 49 : $\frac{1}{2}$; in numeri intieri (duplicando il mezzo, e gli estremi) 70, 99, 140. Dunque posizione identica alla già dedotta in minor differenza di tutte. Ma data la moltiplica di

$$\text{dupla geometrica discreta}\ \begin{matrix}70 & 99\\ 99 & 140\\ \hline \multicolumn{2}{c}{6930, 9800, 9801, 13860}\end{matrix}$$

e dedotto il mezzo aritmetico tra li due mezzi 9800, 9801, sarà 9800 : $\frac{1}{2}$; duplicati i tre termini [p. 4] 6930, 9800 : $\frac{1}{2}$, 13860 in 13860, 19601, 27720, il prodotto del mezzo 19601 moltiplicato in se stesso sarà 384199201; degli estremi 13860, 27720 moltiplicati tra loro sarà 384199200: differenza completa della unità in cifre nove. Dunque natura di mezzo geometrico in genere. Ma non eguaglia mai nel suo prodotto o per eccesso, o per difetto della unità il prodotto degli estremi; ed è formato col numero razionale. Dunque in ispecie si deve chiamare, e definire mezzo geometrico razionale incompleto a differenza del mezzo geometrico irrazionale completo, ch'è il mezzo secondo la intelligenza comune. Data dunque qualsivoglia proporzione geometrica discreta, i di cui mezzi siano tra loro in differenza di unità, il mezzo aritmetico tra questi due mezzi sarà il mezzo geometrico razionale incompleto della ragione rispettiva degli estremi; e questo nel suo prodotto eccederà della unità il prodotto degli estremi senzachè mai vi siano, né possano mai esservi frazioni. Indi un comodo infinito per l'assegnazione delle radici di qualunque ragione in numeri razionali, e per la minorazione dell'eccesso, o difetto delle radici in progressione infinita. Perchè volendosi per esempio assegnare le radici della ragione subsesquialtera 2, 3, ridotta la ragione a proporzione geometrica discreta in 20, 24, 25, 30, sarà 24 : $\frac{1}{2}$ il mezzo aritmetico tra i due mezzi 24, 25. Duplicati estremi, e mezzo in 40, 49, 60, saranno 40, 49; ed egualmente 49, 60, radici della ragione 2, 3, con l'eccesso della unità nel prodotto di 49. Perché $\begin{array}{r} 40 \\ 40 \\ \hline 1600 \end{array}$ $\begin{array}{r} 49 \\ 49 \\ \hline 2401 \end{array}$. Ma sottratta la unità da 2401, resta 2400, e 1600, 2400, eguali a 2, 3. Dunque ec. Se si vuole minorar la differenza, si moltiplichino i tre termini $\begin{array}{c} 40 \quad\quad 49 \\ 49 \quad\quad 60 \\ \hline 1960, 2400, 2401, 2940 \end{array}$. Assegnato il mezzo aritmetico 2400 : $\frac{1}{2}$ tra i due 2400, 2401, duplicati estremi, e mezzo in 3920, 4801, 5880, saranno radici molto più prossime della ragione 2, 3, così 3920, 4801, come 4801, 5880. Perché $\begin{array}{r} 3920 \\ 3920 \\ \hline 15366400 \end{array}$ $\begin{array}{r} 4801 \\ 4401 \\ \hline 23049601 \end{array}$. Ma sottratta la unità da 23049601, resta 23049600, e però 15366400, 23049600 ragione eguale a 2, 3. Dunque ec.

Quando si vogliano assegnare le radici delle radici: per esempio le radici di 40, 49; ridotti li due termini a proporzione geometrica discreta, e dedotto il mezzo aritmetico tra i due mezzi della proporzione, il mezzo dedotto congiunto con qualunque de' due estremi formarà le ricer- [p. 5]
cate radici. Questo progresso di assegnazione di radici prime, seconde, terze ec. è infinito; ed è egualmente infinito il progresso della minorazione dell'eccesso, e difetto di tutte le radici suddette. Ma non si danno radici in questo senso, se non come geometriche. Dunque si conferma ec. Ella Sig. Conte si degni di avvertire, che nel Trattato musicale pieno di proporzioni geometriche discrete io chiamo centri della proporzione i mezzi rispettivi, armonico, aritmetico, dentro de' quali si rinchiude tanto il mezzo geometrico completo d'intelligenza comune, ch'è l'inesprimibile co' numeri razionali, quanto il mezzo geometrico incompleto di questa Scienza, ch'è l'esprimibile co' numeri razionali. Lo stesso faccio rispetto a' due mezzi, aritmetico, e contrarmonico nello stesso rispetto. So per altri principi di chiamarli giustamente col nome di centri. Ma nulla importando il nome, basta ch'ella intenda la cosa da me chiamata con questo nome.

Avverta parimenti, che quando per esempio io dico tra 5, 7, come radici duple, esservi in prodotto la ragione differenziale 49, 50, di cui o eccede 5, o manca 7 rispetto alla ragione completa che si vuol indicare, dico in sostanza lo stesso, che si dice dalla scienza comune delle proporzioni, e mi spiego. Supposta la proporzione 5, 7, 10, e dati da una parte 5, 7, dall'altra 7, 10, come radici degli estremi della proporzione, per dimostrare qual ecceda, qual manchi, si riduce la proporzione a 35, 49, 50, 70. In questa vi sono i due mezzi 49, 50; il mezzo 49 a 35 è come 7 a 5: il mezzo 50 a 35 è come 10 a 7. Egualmente 49 a 70 è come 7 a 10: 50 a 70 è come 5 a 7. Comunemente s'intende che 49 manca di $\frac{1}{70}$, 50 eccede di $\frac{1}{70}$, perché 70 è il termine maggiore della proporzione, indicante una linea divisa in parti settanta. Così intendo anch'io rispetto alla sostanza della indicata materiale quantità; ma non così rispetto alla sostanza della indicata materiale quantità, ma non così rispetto alla ragione, che necessariamente risulta dalla differenza de' due mezzi, e forma il centro della proporzione. Da questa, che per me è principio primo, ed è capo di scienza, io desumo le differenze, e non dagli estremi. Non essendo necessaria la spiegazione di quel principio, che io suppongo, basta la presente spiegazione, acciò ella intenda sostanzialmente ciò che io voglio dire, e acciò sappia riportare il mio modo particolare al modo comune.

Ritornando al principio primo se 5 come somma di 2, 3; se 7 come somma di 3, 4, sono radici geometriche incomplete della dupla, perché sommate le due ragioni 2, 3; 3, 4, formano la dupla, sarà proposizione universale, che nella proposizione aritmetica di prima semplicità sommate le due ragioni formanti la proposizione, i termini risultanti saranno radici geometriche incomplete degli estremi della proposizione. Sia la proporzione aritmetica somma $\begin{array}{c}3,4,5\\ \underline{3,4}\\ 7,9\end{array}$. Saran- [p. 6]
no 7, 9 radici di 3, 5. Perché moltipl. $\begin{array}{c}7\\ \underline{7}\\ 49\end{array}$ $\begin{array}{c}11\\ \underline{11}\\ 121\end{array}$; sottratta la unità da 49, 81, resta 48, 80; ma è eguale a 3, 5. Dunque ec.

Sia la proporzione aritmetica $\begin{array}{c}4,5,6\\ \underline{4,5}\\ 9,11\end{array}$. Saranno 9, 11, radici di 4, 6. Perché moltipl. $\begin{array}{c}9\\ \underline{9}\\ 81\end{array}$ $\begin{array}{c}11\\ \underline{11}\\ 121\end{array}$; sottratta la unità, 80, 120 eguale a 4, 6, o sia 2, 3. Dunque ec.

Sarà dunque lo stesso duplicando i termini della data proporzione, e deducendo i due mezzi aritmetici tra il mezzo, e gli estremi. Data la subdupla in aritmetica proporzione, sarà 2, 3, 4. Duplicati i termini sarà 4, 6, 8. Dedotti li due mezzi, sarà 5 tra 4, 6; sarà 7 tra 6, 8. Saranno 5, 7, radici della dupla. Proseguendo con questo metodo, data la proporzione aritmetica di 5, 6, 7, duplicati in 10, 12, 14: dedotti i due mezzi 11, 13, saranno radici della ragione 5, 7; e però radici delle radici duple. Così in infinito ec.

Rispetto poi all'eccesso, e difetto delle radici prime, dalle quali passa sempre maggiore alle seconde, terze radici ec., si osservi, che dato 5 come mezzo aritmetico tra 4, 6; dato 7 come mezzo aritmetico tra 6, 8, la loro indicazione, e significazione è differente dalla loro moltiplica. Nella moltiplica eccedono, o mancano della unità, e però sono radici geometriche incomplete; sebben quando si voglia ridurre il loro maneggio a calcolo esatto, è facile il consumarlo dimostrativamente, perch'è nota dimostrativamente la ragione differenziale dell'eccesso, e difetto. Ma la loro indicazione, e significazione è del mezzo geometrico irrazionale completo secondo la definizione, e intelligenza comune. Il termine 5 indica, e significa la media proporzionale della ragione 2, 3, perch'è la somma di 2, 3. Il termine 7 indica e significa la media proporzionale della ragione 3, 4 perch'è la somma di 3, 4. Però dato un circolo, il di cui diametro sia diviso in cinque parti eguali, condotto il seno dalle due parti alla circonferenza, il seno sarà la linea indicata, e significata da 5. Aggiunte allo stesso diametro altre due parti eguali, e però fatto di sette parti; dedotta dal diametro accresciuto la nuova circonferenza maggiore, e condotto il seno dalle tre parti alla circonferenza, il seno sarà la linea indicata, e significata da 7; e queste due linee saranno geometricamente tra loro, come lato, e diagonale del quadrato: in sostanza radici [p. 7]
duple geometriche complete.

Egualmente dati 9, 11, radici geometriche incomplete della ragione 2, 3, si divida il diametro in nove parti eguali, e dalle quattro parti si conduca il seno alla circonferenza. Il seno sarà la linea indicata, e significata da 9. Allo stesso diametro aggiunte altre due parti eguali, e però fatto di undeci parti; dedotta dal diametro accresciuto la nuova circonferenza maggiore, e condotto dalle cinque parti il seno alla circonferenza, il seno sarà la linea indicata, e significata da 11; e queste due linee saranno radici, geometriche complete della ragione 2, 3. Questa è la intrinseca significazione di tali numeri aritmetici, come radici, ed è chiara, perch'è la proprietà inseparabile dalla loro formazione per somma. Se 5 è somma di 2, 3; se 7 è somma di 3, 4; e le due ragioni subsesquialtera 2, 3, subsesquiterza 3, 4 formano nella loro somma la ragion dupla, è chiaro, che la media proporzionale di 2, 3, la media proporzionale di 3, 4 saranno tra loro, come lato, e diagonale, cioè radici duple. Egualmente se 9 è la somma di 4, 5, se 11 la somma di 5, 6; e le due ragioni subsequiquarta 4, 5, subsesquiquinta 5, 6 formano nella loro somma la sesquialtera, è chiaro, che la media proporzionale di 4, 5, la media proporzionale di 5, 6 saranno radici sesquialtere ec. Indi ne viene, che da tali numeri sia inseparabile la proprietà di trovarsi chiusi in differenza di unità tra due numeri, quali moltiplicati tra loro producano la quantità completa, perché appunto tali numeri indicano, e significano la media proporzionale di quella ragione, ch'è formata da due numeri suddetti, da cui sono chiusi. Per esempio 5 è chiuso da 4, 6. Dunque dalla ragione subsesquialtera. 7 è chiuso da 6, 8. Dunque dalla ragione subsesquiterza. Ma la media proporzionale tra 4, 6, la media proporzionale tra 6, 8, sono tra loro come lato, e diagonale, e però radici duple; egualmente moltiplicato 4 per 6, il prodotto è 24: moltiplicato 6 per 8, il prodotto è 48, e però i due prodotti sono tra loro in ragion dupla. Dunque così è ec. In forza di tali radici, e di tal metodo si può dimostrativamente assegnare qualunque linea geometrica di prima posizione, o sia radice prima. Si proponga di formar geometricamente il lato, e la diagonale di un quadrato. Dico, che ridotte a proposizione geometrica discreta le radici duple 5, 7, 10 in

$$\begin{array}{cccc} & 5 & 7 & \\ & 7 & 10 & \\ \hline 35. & 49. & 50. & 70 \end{array},$$

e dedotte le differenze, tra 35, 49, differenza 14; tra 35, 50. dif. 15; tra 50, 70, dif. 20; tra 49, 70, dif. 21; si avranno i quattro termini delle differenze, 14, 15, 20, 21, quali si dividano in due ragioni, cioè in 14, 15 e in 20, 21. Si avrà una nuova forma di proposizione inversa, in cui tra 21, 14 si trovarà la sesquialtera; tra 20, 15 la sesquiterza, come inversamente nella dupla geometrica [p. 8]
discreta 6, 8, 9, 12, si trovano in forza de' mezzi 8, 9, le stesse ragioni rispettive agli estremi. Perciò sommate le due ragioni $\begin{array}{c}14\\20\\\hline 280,\end{array}$ $\begin{array}{c}15\\21\\\hline 315\end{array}$, si ha risultato la ragione 280, 315, quale in numeri primi è la ragione 8, 9, centro della dupla geometrica discreta. Ora dico che diverso il diametro di un circolo in parti eguali 29, somma di $\begin{array}{c}14\\15\\\hline 29\end{array}$ e dedotto il seno da 14; prolungato lo stesso diametro di parti eguali alle prime sino a 41, somma di $\begin{array}{c}20\\21\\\hline 41\end{array}$, formato nuovo Circolo a ragguaglio del diametro accresciuto, e dedotto il seno da 20, si avranno in questi due seni lato diagonale geometricamente dedotti. La dimostrazione è chiara, perché moltiplicato 14 per 15, il prodotto è 210; moltiplicato 20 per 21, il prodotto è 420. Dunque ragion dupla tra 420, 210. Ma lo stesso deve succedere nelle parti 14, 15 del primo diametro moltiplicate tra loro per dedurre il quadrato del primo seno: egualmente nelle parti 20, 21 del secondo diametro per dedurre il quadrato del secondo seno. Dunque lato, e diagonale ne' due seni, quali sono le radici de' due quadrati. Lo stesso si dica di 9, 11, radici sesquialtere, alle quali sia aggiunto il terzo termine sesquialtero a 9; indi ridotti li tre termini a proporzione geometrica discreta, e dedotte le differenze, come sopra ec. Così di 13, 15, radici sesquiterze, alle quali sia aggiunto il terzo termine sesquiterzo a 13. Così insomma di tutte le radici formate da numeri impari, alle quali sia aggiunto il terzo termine, che co'l primo formi la ragione, di cui il primo, e il secondo sono le radici.

Lo stesso succede nelle radici dedotte dalle proporzioni geometriche discrete. Dalla dupla geometrica discreta 6, 8, 9, 12, radici dedotte 12, 17, 24. Dalla sesquialtera geometrica discreta 20, 24, 25, 30, radici dedotte 40, 49, 60, ec. Ridotte le radici a proporzione geometrica discreta, e operando come sopra, si avrà lo stesso effetto. Il Corollario, che risulta, è chiaro. Non potendosi dare linea geometrica di prima posizione, o sia di radice prima, che non sia riducibile alla posizione qui dimostrata di due termini razionali costituenti ragione, non è, né può esser principio primo di quantità.

Dunque si conclude, che alla scienza armonica, che non fa uso di quantità irrazionali, servono questi numeri come radici geometriche incomplete. Alla scienza Geometrica servono d'indicazione, e significazione del vero luogo, e vero modo di dedurre le linee medie proporzionali, come radici geometriche complete delle rispettive ragioni. Ma e nell'uno, e nell'altro senso sono [p. 9] radici geometriche dimostrative della rispettiva ragione, ch'è la sostanza principale.

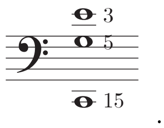
Questo è quanto io credo sufficiente al bisogno particolare, e universale del trattato, acciò ella intenda il fondamento, e il modo, di cui mi vaglio per le rispettive dimostrazioni: fondamento, e modo sì fattamente proprio del fisico-armonico sistema, che il ridurlo al comune linguaggio delle note Scienze dimostrative sia per mia opinione impossibil cosa. Perchè la quantità non è il fine del sistema, è il mezzo. Il fine, com'ella vedrà chiaramente, è la ragione; e non in un rispetto ma in molti. Qualunque ragione dev'esser nella quantità discreta, e non nella continua. Deve considerarsi ne' tre generi, armonico, geometrico, aritmetico; Perciò si fa necessario l'uso continuo delle proporzioni geometriche discrete. Deve sempre supporsi in sistema, non mai fuori di sistema. Deve compararsi dentro il sistema ad altre ragioni, perché l'eccesso, e il difetto, è una ragione reale, che si computa nel sistema. Deve esprimersi in modo facilmente adattabile a linea sonora, e a note musicali ec. Tanto basta per convincermi della impossibilità di usare altro modo senza che io aggiungo la considerazione di que' rispetti più importanti che per brevità tralascio. Che poi il modo da me usato porti seco qualche novità, e per conseguenza qualche difficoltà, lo conosco, e confesso; ma egualmente conosco, e confesso, che non può evitarsi. Giovi in tal caso l'esser certi quanti siamo, che da quando fosse ancor possibile di ridurre il presente modo particolare al modo comune delle altre scienze dimostrative, ne verrebbe difficoltà, e oscurità senza proporzione maggiore, e inutilità assoluta alla musical Professione.

CAPITOLO PRIMO. [p. 10]

De' Fenomeni Armonici, loro natura, e significazione.

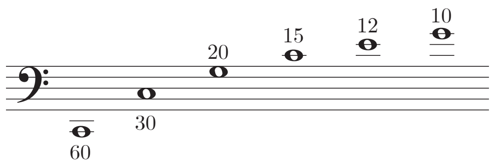
I Fenomeni armonici comunemente noti di significazione, e indicazione particolare sono; la corda tesa su'l monocordo, o cembalo; la tromba marina, trombe da fiato, e corni di caccia; le canne d'organo rette da un pedale; le corde pendole sonore, alle quali sia attaccata la tal serie di pesi eguali.

La corda tesa sul monocordo (sia di minugia, o di acciaio) che per se, come una, dovrebbe avere un solo suono, ha chiaramente tre suoni; e sono il grave naturale della corda; ed altri due suoni acuti distinguibili, quali al suono della corda, come 1, sono come $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$; in numeri 15, 5, 3; in note musicali



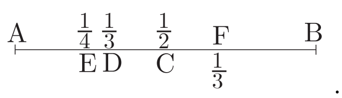
Dunque la corda, che per se è una, si divide in se stessa armonicamente, perché 1, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$ è proporzione armonica.

La tromba marina, trombe da fiato, e corni di caccia sono di fenomeno uniforme. È fisicamente impossibile ne' suddetti strumenti aver altri suoni che quelli della serie armonica delle frazioni 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ ec. in infinito. Sono in numero 60, 30, 20, 15, 12, 10, ec. in note musicali.



Ommettendo la ricerca della cagion fisica di tal effetto nelle trombe da fiato, e corni di caccia, si spiegarà la cagione della tromba marina, come fisicamente evidente. Quando questa sia nota, e fuori di qualunque opposizione, Ella potrà far i suoi conti ne' strumenti da fiato. La tromba marina non si suona comprimendo la corda col dito finchè tocchi la tastiera, come si fa negl'altri strumenti d'arco, Violoncello, Violino ec.; ma vi si appoggia lateralmente il dito, che serva di fulcro in tal modo, che le vibrazioni della porzione della corda suonata possano liberamente passare al residuo della corda non suonata. Il che non succede, né può succedere nel Violoncello, Violino ec., perché il dito comprimente la corda su la tastiera forma sempre un nuovo capotasto cosicchè fisicamente è impossibile, che le vibrazioni della corda suonata su tali [p. 11] strumenti passino all'avanzo della corda, ch'è tra il dito del suonatore, e il capotasto naturale.

Ciò premesso, e supposto come fisicamente vero, la cagione di non potersi avere nella tromba marina altri suoni, se non quelli della serie armonica delle frazioni, è fisicamente evidente. Sia AB la corda della tromba marina



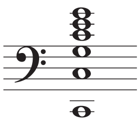
Sia lateralmente appoggiato dal suonatore il dito in C metà della corda AB, e suoni la corda AC. La vibrazione di AC con la nota velocità passarà eguale in CB, eguale ad AC, ritornerà eguale in BC, in CA; e continuarà finché si suona per li punti, o fulcri ACB avanti, e indietro in infinito.

Dunque per parti eguali. Sia il dito del suonatore in D, ch'è $\frac{1}{3}$ della corda AB, e si suoni AD. La vibrazione di AD passarà eguale in DF, ch'è $\frac{1}{3}$ della corda AB divisa per 3, mentre già sono comunemente noti fulcri naturali, che fa per se la corda determinata da un fulcro artificiale in vigore della legge di natura, che il moto si moltiplica a ragguaglio del grado di forza partecipato al moto, e mantenuto. Egualmente passarà in FB, ritornando da B in F, da F in D, da D in A ec. finchè si suona per li punti, o fulcri ADFB avanti, e indietro in infinito. Dunque per parti eguali. Così succederà posto il dito in E, e suonata la corsa AE$\frac{1}{4}$; e così in infinito per la serie armonica delle frazioni. Fin qui né vi cade, né vi può cadere opposizione, perché i fulcri naturali, che indipendentemente dall'arbitrio umano si formano nella corda determinata dal fulcro artificiale, non lasciano luogo a dubbio alcuno.

Sia di nuovo la stessa corda AB

divisa per 5. Sia appoggiato il dito del suonatore in H, e suoni la porzione della corda AH, che è $\frac{2}{5}$ di AB. La vibrazione di AH passarà eguale in HI, ch'è $\frac{2}{5}$. Ma sarà fisicamente impossibile, che passi eguale nel residuo IB, ch'è $\frac{1}{5}$. Si farà dunque nuova vibrazione in IB diversa per metà dalle prime; e ritornando indietro per li punti IKHLA, s'incontrarà in I con la prima vibrazione di $\frac{2}{5}$. Ma passando in K, non solamente non s'incontrarà nella vibrazione IH, ma interrompendola, e dividendola ne nascerà per necessità fisica la distruzione della vibrazione IH, [p. 12]
e successivamente passando in L, della vibrazione HA; e per conseguenza fisica cessarà il suono, che immediatamente dipende dalla vibrazione AH. Si sentirà dunque (come di fatto si sente) un certo tal qual ronzamento, che nasce dal contrasto delle due diverse vibrazioni, e che non è mai suono, perché in tal caso è fisicamente impossibile. Questo solo esempio si crede sufficiente per far toccar con mano la cagion fisica di doversi trovar suono su la tromba marina nella sola serie armonica delle frazioni, e di non doversi trovar suono in qualunque altra serie. Perchè rivelandosi la necessità fisica delle vibrazioni eguali, acciò vi sia suono, queste non si possono avere se non dalla sola serie armonica a cagione della unità costante in infinito numeratrice delle frazioni 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, ec. La sola unità rispettiva alle frazioni potrà dare il suono, perché divide in parti eguali tutta la corda; e in conseguenza le vibrazioni formate da fulcri naturali restano eguali alla prima vibrazione del fulcro artificiale determinato sempre dalla unità armonica rispettiva alla frazione. Dunque fuori della unità armonica in genere, e in specie sarà fisicamente impossibile qualunque suono nella tromba marina; e in tal senso, e rispetto le unità armoniche sono vere monadi fisiche. So, che col nome comune devono chiamarsi parti aliquote, ma questo non è il mio bisogno, né un tal nome spiega quanto io voglio significare. Io considero dimostrativamente e fisicamente il loro individuo carattere di unità, come si vedrà sempre più in progresso. In tal rispetto nulla significa il nome di parte aliquota: tutto significa il nome di unità.

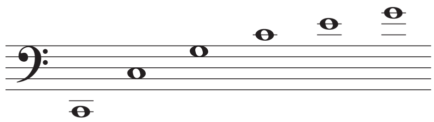
Le canne di Organo rette da un pedale sono molte, sono tra loro di suono diverso, suonano tutte equitemporaneamente; e pure non si sente se non un solo suono, ch'è il gravissimo. La loro disposizione, o sia serie, è diversa secondo i diversi registri, ma sostanzialmente è armonica: essendo fisicamente impossibile ottenere da qualunque altra serie lo stesso intento. Data dunque una serie di canne di Organo disposta ne' loro suoni armonicamente in tal modo



,

suonando il pedale che regge tutte le canne suddette, non si sentirà se non il solo suono gravissimo Csolfaut. Dunque in questo fenomeno il diverso è ridotto allo stesso, la moltiplicità alla unità in forza della serie armonica.

Data una serie di corde pendole sonore supposte di egual grossezza, e disposte nella loro lunghezza come i quadrati delle frazioni 1, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{16}$, ec., adattato a ciascuna corda un peso sempre eguale, i suoni delle corde suddette sono in note musicali come [p. 13]

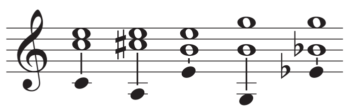


e in numero, come 60, 30, 20, 15, 12, 10: progressione armonica.

Le oscillazioni delle suddette corde sono equitemporanee con questa legge, che mentre la corda 1 oscilla una volta, la corda $\frac{1}{4}$ oscilla due volte, la corda $\frac{1}{9}$ tre, la corda $\frac{1}{16}$ quattro ec., e s'incontrano nello stesso punto, quando gli si dia il moto a ragguaglio. Lo stesso identicamente succede se, data una serie di corde eguali in lunghezza, e grossezza, alla prima si adatti un peso, alla seconda si adattino pesi quattro (ciascuno eguale al primo), alla terza pesi nove, alla quarta pesi sedici ec. Si avrà egualmente ne' suoni la serie armonica, e nelle oscillazioni equitemporanee la unità.

Questi sono i fenomeni armonici comunemente noti. La loro indicazione, e significazione è fisicamente manifesta. La corda del monocordo, o del cembalo, sebben una in se stessa, produce tre suoni in serie armonica. La tromba marina (e così le trombe da fiato, e corni di caccia) non ha, né può aver suono, se non nella unità come armonica. Le canne di organo di suono tra loro diverso formano un solo suono, quando siano disposte armonicamente. Le corde pendole sonore, perché sono in progressione armonica ne' loro suoni, si riducono alla unità nelle loro oscillazioni. Dunque il sistema armonico riduce il diverso allo stesso; la moltiplicità alla unità; e data la semplice unità (come succede nella corda di tre suoni) si divide in se stessa armonicamente. Dunque dal sistema armonico è inseparabile la unità considerata in qualunque rispetto, anzi il sistema armonico si risolve nella unità, come in suo principio. La conseguenza è troppo legittima, perch'è fisica; e però affatto indipendente dall'arbitrio umano.

Si è poi scoperto un nuovo fenomeno armonico, che prova mirabilmente lo stesso, e molto di più. Dati due suoni di qualunque strumento musicale, che possa protrarre, e rinforzare il suono per quanto tempo si voglia (trombe, corni di caccia, strumenti d'arco, oboè ec.) si ha un terzo suono prodotto dall'urto de' due volumi di aria mossi dalli due dati suoni. Nulla importa al presente bisogno la spiegazione fisica del modo, con cui si produce questo terzo suono; basta il fatto, e questo si ha debito di spiegare. Da un suonator di Violino si suonino equitemporaneamente con arcata forte, e sostenuta i seguenti intervalli perfettamente intuonati. [p. 14]

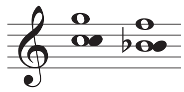


Si sentirà un terzo suono affatto distinguibile, e sarà il sottoposto segnato in note chiuse musicali.

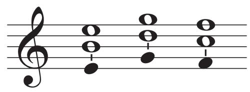
Lo stesso succederà, se saranno suonati gli esposti intervalli da due suonatori di Violino distanti tra loro cinque, o sei passi, suonando ciascuno la sua nota nello stesso tempo, e sempre con arcata forte, e sostenuta. L'uditore posto nel mezzo rispettivo de' due suonatori sentirà molto più questo terzo suono, che vicino a ciascun de' due suonatori: segno fisico evidente della cagione del terzo suono, ch'è l'urto de' due rispettivi volumi d'aria mossi dalle vibrazioni delle due corde suonate. Si avrà lo stesso effetto da due suonatori di Oboè posti tra loro in molto maggior distanza. Essendo il suono dell'Oboè più forte del suono del Violino, si sentirà meglio il risultato terzo suono, e nel mezzo rispettivo de' due suonatori si sentirà egregiamente, sebbene si sente abbastanza in qualunque sito. Dedotti tutti i terzi suoni, che fisicamente risultano da qualunque intervallo semplice integrante la serie armonica sino a quel segno, che serve alla pratica musicale, sono i seguenti.

Dato l'unisono, e data la ragion dupla, o sia praticamente ottava, non risulta terzo suono di sorte alcuna.

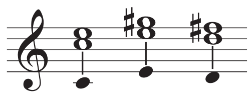
Data la sesquialtera, o sia praticamente quinta, risulta il terzo suono unisono alla nota grave della quinta. È il più difficile a distinguersi di tutti, perché unisono; ma si distingue abbastanza.



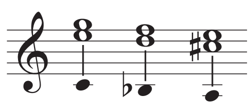
Data la sesquiterza, o sia praticamente quarta, il terzo suono è in quinta grave con la nota grave della quarta.



Data la sesquiquarta, o sia praticamente terza maggiore, il terzo suono è in ottava con la nota grave della terza maggiore.



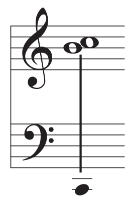
Data la sesquiquinta, o sia praticamente terza minore, il terzo suono è in decima mag- [p. 15]
giore grave con la nota grave della terza minore.



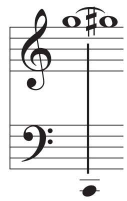
Data la sesquiottava, o sia tuono maggiore, il terzo suono è in quadrupla grave, o sia in decima quinta con la nota grave del tuono maggiore.

Data la sesquinona, o sia tuono minore, il terzo suono è in quadrupla sesquiottava grave, o sia in decima sesta con la nota grave del tuono minore.

Data la sesquidecimaquinta, o sia semituono maggiore, il terzo suono è in vigesima prima grave con la nota grave del semituono maggiore.

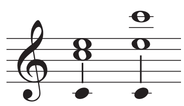


Data finalmente la sesquivigesimaquarta, o sia semituono minore, il terzo suono è in vigesima sesta grave con la nota grave del semituono minore.

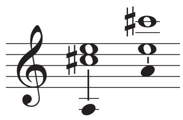


[p. 16]

Questa è la legge fisica del terzo suono in rispetto agl'intervalli semplici musicali. Se sono composti, o come si chiamano praticamente rivoltati, la terza maggiore rivoltata in sesta minore allo stesso terzo suono, che aveva come terza maggiore.

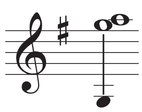


La terza minore rivoltata in sesta maggiore ha lo stesso terzo suono, che aveva come terza minore, ma in ottava acuta.



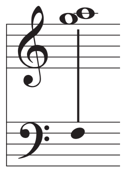
Così a ragguaglio tutti gl'intervalli composti, o rivoltati.

Il terzo suono risultante dalla quarta, dalle due terze maggiore, e minore, dalle due seste maggiore, e minore è facilissimo a rivelarsi, perché quest'intervalli s'intuonano facilmente, e il terzo suono è sempre più grave; non tanto facile dalla quinta a cagione dell'unisono; difficile dalli due tuoni maggiore, e minore, perché nella intonazione facilmente si confonde un tuono con l'altro; difficilissimo dalli due semituoni maggiore, e minore, perché a gran fatica si coglie il punto fisico della loro perfetta intonazione, e una ben piccola differenza di quantità cambia il terzo suono. Per esempio il tuono maggiore è tra 9, 8; il minore tra 10, 9. Ridotti i due tuoni a termine comune, sarà 90, 80 il tuono maggiore, 90, 81 il minore. La differenza è tra 80, 81. Questa basta, e avanza per cambiare il terzo suono. Sia in tuono di Gsolreut,



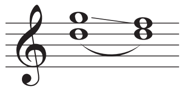
sarà Gsolreut il terzo suono, perché il dato intervallo è tuono maggiore.

Sia in tuono di Csolfaut



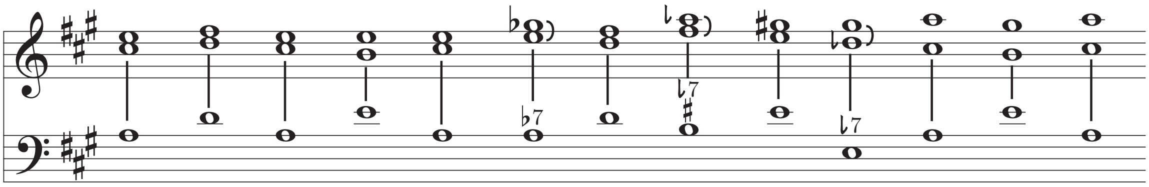
sarà Ffaut il terzo suono, perché il dato intervallo è tuono minore.

Ella mi ricercarà giustamente di due cose. La prima se da qualunque dato intervallo si [p. 17]
produca terzo suono. Rispondo, ch'eccettuato l'unisono, e la ottava, si produce da qualunque in genere generalissimo; perché il terzo suono si ha non solo dagl'intervalli composti da quantità razionale, ma si ha ancora dagl'intervalli composti da quantità irrazionale. Mi spiego. Sia un dito del suonatore in Dlasolre, e sia sempre costante; sia l'altro in Gsolreut, e si muova



verso Ffaut senz'altro mai dalla corda, continuando sempre l'arcata. Tal progresso sarà un continuo, dentro cui certamente s'incontraranno quantità irrazionali. In qualunque punto fisico di tal continuo si voglia fermar il dito dal suonatore, si avrà sempre il terzo suono o cognito, o incognito: voglio dire o distinguibile, o indistinguibile nella sua intonazione. Dico di più, che può esservi scienza dimostrativa di quel tale terzo suono, che deve prodursi da due linee sonore, una delle quali sia razionale, e l'altra irrazionale, ma geometricamente cognita. Da ciò ella dedurrà immediatamente, che molto più dev'esservi scienza dimostrativa del terzo suono prodotto da due linee sonore razionali. Ma di ciò in voce.

Mi domanderà poi ella in secondo luogo in qual relazione si trovi questo terzo suono agl'intervalli rispettivi, da' quali risulta. Le rispondo, che dati i seguenti intervalli,

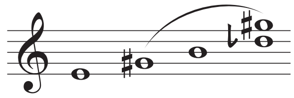


de' quali è rispettivo terzo suono il sottoposto, questo sarà dimostrativamente il Basso armonico de' dati intervalli, e sarà paralogismo qualunque altro Basso vi si sottoponga. Solamente si avverta, che i tre intervalli segnati, sesto, ottavo, e decimo, sono in ragione diversa da quello che appare. Il sesto, e l'ottavo non sono terze minori, ma sesquiseste; cioè il Gsolreut ♭ molle è la nota, che divide armonicamente la quarta

,

e però l'intervallo Ellami, Gsolreut è minore della terza minore di $\dfrac{\begin{matrix} 6 & \times & 7 \\ 5 & & 6 \end{matrix}}{35, 36}$.

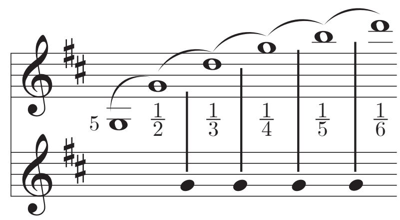
Così l'intervallo ottavo, e così il decimo, riportando Gsolreut in acuto.



[p. 18]

Questo intervallo è di facilissima intonazione sopra il Violino; è voluto dalla natura armonica, perché si trova fatto dalla natura nella tromba marina, trombe da fiato, e corni di caccia; però lo espongo nell'esempio suddetto.

Premesso, e spiegato il fenomeno, la deduzione è patente. Dato il sistema armonico delle frazioni, e adattato a linea fisica sonora, dico, che da qualunque semplice intervallo della serie armonica infinita si avrà sempre lo stesso terzo suono, e sarà unisono al suono della corda sonora $\frac{1}{2}$.



Per evitare il superfluo sia il sistema armonico sino alla sestupla. Data la quinta si ha il terzo suono unisono alla nota grave della quinta. Dunque dalla quinta composta dal secondo, e terzo termine della serie si avrà il terzo suono unisono al secondo termine. Ma questo è $\frac{1}{2}$; dunque ec. Data la quarta si ha il terzo suono in quinta grave con la nota grave della quarta. Dunque dalla quarta composta dal terzo, e quarto termine della serie, si avrà il terzo suono unisono al secondo termine, ch'è in quinta grave. Ma questo è $\frac{1}{2}$. Dunque ec. Data la terza maggiore si ha il terzo suono in ottava grave della nota grave della terza maggiore. Dunque dalla terza maggiore composta dal quarto, e quinto termine della serie si avrà il terzo suono unisono al secondo termine, ch'è in ottava grave. Ma questo è $\frac{1}{2}$. Dunque ec. Così dell'ultimo intervallo, ch'è la terza minore; così di tutti gl'infiniti intervalli consecutivi dal proseguimento della serie $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{9}$, ec. in infinito. La deduzione è chiara, e il risultato è meraviglioso, e singolare. Perchè da una parte non può negarsi, che il terzo suono costante in infinito in $\frac{1}{2}$ non sia la radice fisica del sistema armonico; ed è cosa fisicamente evidente. Dall'altra non vi è, né vi può esser calcolo dedotto dalle scienze sino ad ora note di quantità, in di cui forza si spieghi, e si risolva un fenomeno, che dipende dalla quantità, e che ha per legge fisica una proprietà di quantità affatto nuova, cioè che dato $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, risulti $\frac{1}{2}$; dato $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, risulti $\frac{1}{2}$; dato $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{21}$, risulti $\frac{1}{2}$; dato $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{101}$, risulti $\frac{1}{2}$ ec.

Intanto per mezzo di tal fenomeno resta fisicamente stabilita la unità costante in infinito [p. 19] in $\frac{1}{2}$, come radice fisica del sistema armonico. Questa unità si era dedotta in genere dagli altri fenomeni comunemente noti. Ma da quest'ultimo di nuova scoperta si deduce in precisione, ch'è il molto di più sopraccennato oltre ciò, che rimane a dedurre:

Perchè poi non si trovi questo terzo suono nella unità, ch'è il principio, e il primo termine del sistema armonico, ma in $\frac{1}{2}$, ch'è il secondo termine del sistema; perché dalla dupla, o sia praticamente ottava non si abbia terzo suono, quando si ha da qualunque dato intervallo in genere, si spiegherà in progresso a luogo opportuno, e necessario.

CAPITOLO SECONDO. [p. 20]

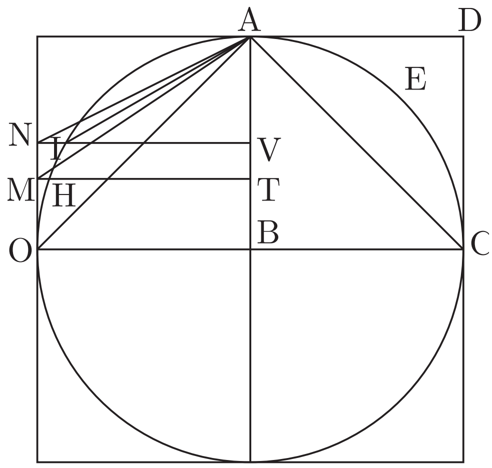
Del circolo, sua natura, e significazione.

Dove si tratta di stabilire un sistema, è di necessità congiunger i due generi, fisico, e dimostrativo in tal modo, che siano inseparabili tra loro, e formino un solo principio. Così dovrà reggere qualunque sistema; e noi ne saremo convinti quando intendiamo abbastanza cosa voglia dire un solo principio. Vuol dire, che il calcolo, con cui si dimostra, dev'esser intrinsecamente dedotto dalla natura fisica della cosa dimostrata. Così, e non altrimenti, i due generi, fisico, e dimostrativo formano tra loro un solo principio. La legge è severa, ma giusta; e in forza di tal legge, ch'è la pietra di paragone di qualunque sistema fisico-matematico, si trovaranno ben pochi sistemi, che non praticano eccezione. Mi spiego meglio. Le scienze di quantità sinora note sono fondate tutte su la quantità, ma in rispetti diversi. Vi è la scienza aritmetica. È fondata su la quantità costruita da parti eguali razionali; e in conseguenza dal numero aritmetico comune 1, 2, 3, 4, ec. Vi è la scienza armonica. È fondata su la quantità costituita da parti ineguali razionali; e in conseguenza dalle frazioni 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, ec. Vi è la scienza geometrica. È fondata su la quantità continua, da cui procede la irrazionale, che non si può esprimere co'l numero, e con le frazioni. Vi sono molte altre scienze fondate in altri rispetti, l'Algebra, il calcolo differenziale; degl'infinitesimi ec. Tutte sono adattabili al fisico, come quanto. Ma questa proposizione non è convertibile, perché non è vero che il fisico, come quanto, secondo la propria intrinseca natura, sia adattabile a tutte le scienze suddette. Sia l'esempio evidentissimo nella corda di tre suoni. Tutte le note scienze di quantità sono adattabili a tal corda secondo i loro diversi rispetti. Ma se la corda, come sonora, indipendentemente dall'umano arbitrio si sipega in se stessa armonicamente, perché si divide da per se in 1, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$; dunque fisicamente esclude qualunque altro modo di quantità. Dunque l'adattazione di qualunque altro modo di quantità alla corda, che fisicamente si dichiara armonica, sarà un paralogismo bello, e buono, senzachè nulla gli suffraghi la possibilità in genere dell'adattazione di qualunque altro modo di quantità. Va benissimo, che considerata astrattamente la corda, come linea retta in genere, possa esser oggetto, e soggetto di quantità rispettivo a qualunque scienza. Sta a vedere, se concretamente sia specificata, o no dalla natura a qualche oggetto, e soggetto particolare, come appunto succede nel dato esempio. Perchè in [p. 21] tal caso la natura avrà più forza dell'arbitrio umano; e certamente si fallerà l'adattazione del calcolo, quando non sarà il precisamente voluto dalla natura. Saranno in conseguenza vere tutte le deduzioni dimostrative; niuna delle deduzioni fisiche sarà vera; e però sarà sempre vera la legge suddetta, che per lo stabilimento di qualunque sistema fisicomatematico sia necessaria la congiunzione de' due generi, fisico, e dimostrativo in tal modo, che siano inseparabili tra loro, e formino un solo principio.

Mi sottoscrivo alla legge. In conseguenza ho debito di trovare nel genere dimostrativo quella stessa unità, che si è trovata nel genere fisico. Essendo necessarie alla dimostrazione le figure geometriche, tra tutte le figure possibili non vi è, né vi può essere, se non il circolo, che sia uno in se stesso; ed è uno, perché gl'infiniti raggi condotti dal centro alla circonferenza sono eguali; e questi null'altro sono se non la unità medesima, che forma meccanicamente il circolo nell'apertura di compasso; il che non è, né può essere in qualunque altra figura. Dunque il circolo è uno nel suo principio primo, ed è intrisencamente uno tra tutte le possibili figure.

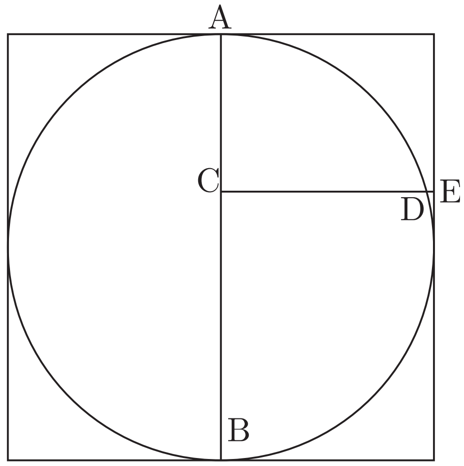
Non basta che il circolo sia uno in genere. Ho debito dimostrarlo uno di unità armonica, perché uno di unità armonica è il principio fisico. Questa è cosa facile, benché (per quanto io credo) da' Geometri non avvertita. Procedendo a tutto rigore nella posizione delle figure dimostrative, acciò fedelmente rappresentino la posizione de' dati fisici, si trova esser necessaria la posizione di linea retta, e di linea curva. Dunque ridotte a figura saranno quadrato, e circolo, ch'è la massima delle curve. I fenomeni fisicoarmonici dimostrano la necessità di tal posizione. La corda pendola è per se una linea retta, comune al diametro del circolo, e al lato del quadrato circoscritto. Le oscillazioni della corda pendola sono curve in specie. Non sapendosi di qual delle due figure sia propria la linea retta, perch'è comune; dunque sono necessarie le due figure suddette, perché hanno la linea retta comune. Lo stesso si dica in genere della corda tesa sul monocordo, benché non siano sinora dimostrate circolari le di lei vibrazioni. Lo stesso si dica del terzo suono risultante dalle due corde suonate equitemporaneamente. Le due date corde sono in solido due rette linee fisiche sonore. Li due volumi d'aria mossi dalle due corde sono in solido due sfere. Dunque in piano linea retta, e circolare; e in conseguenza di figura, quadrato, e circolo, aventi la linea retta comune. Perchè poi il quadrato deva essere circoscritto, e non iscritto, apparirà nel progresso in molti modi, sebben a ciò basta l'avvertire, che la linea retta ha priorità di natura sopra la linea circolare: cosa fisicamente, e dimostrativamente vera. Fisicamente in tutto l'universo, e in tutte le sue parti. Dimostrativamente nella costruzione del circolo, impossibile senza la supposizione di una retta linea. Dunque a ragguaglio quadrato circoscritto, circolo iscritto. Supposta dunque necessaria la posizione delle due figure, diventa [p. 22] conseguentemente necessaria la comparazione tra loro per dedurre dal risultato la loro natura. Sia dunque la prima proposizione.

Proposizione prima. Figura I.



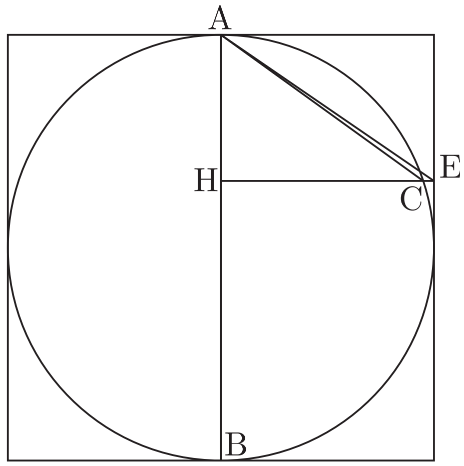
Per comparare tra loro le due figure, quadrato circoscritto, circolo iscritto, la posizione di prima semplicità è la ragion dupla radicale in BC, AC. Perchè BC egualmente è lato del quadrato ABCD, e semidiametro, o sia apertura di compasso del circolo AEC. Così AC egualmente è diagonale dello stesso quadrato, e corda dell'arco del quadrante dello stesso circolo. Indi i tre punti comuni in ABC triangolo comune. Quando dunque siano da compararsi tra loro le due figure nella stessa categoria, è dimostrativamente necessario desumer la categoria dalle due linee comuni BC, AC. Dunque dalla ragion dupla radicale. Indi per corollario si ha in categoria comune la progressione de' seni in BO, TH, VI, e de' seni protratti in BO, TM, VN, perché hanno principio comune in BO; e così la progressione delle corde in AO, AH, AI; e delle ipotenuse in AO, AM, AN, perché hanno principio comune in AO.

Proposizione seconda. Figura II.



Dato nel circolo per il diametro razionalmente diviso qualunque seno (geometrico rispetto al diametro diviso), sia protratto al lato del quadrato circoscritto. Dico, che il quadrato dedotto dal seno sarà mezzo armonico, il quadrato dedotto dal seno protratto sarà mezzo aritmetico della ragione, in cui si è diviso il diametro: ridotta la suddetta ragione a proposizione geometrica discreta formata da due mezzi, armonico, aritmetico. Sia AB 10, di cui AC 3, CB 7. Sarà diviso il diametro AB nella ragione 3, 7. Il quadrato di AC sarà 9, di CB 49, del seno CD 21, del seno protratto CE (metà del diametro) 25. Ma data la proporzione geometrica discreta della ragione 3, 7, i quattro termini sono 15, 21, 25, 35, de' quali 21 è mezzo armonico, 25 mezzo aritmetico della suddetta ragione; e sono eguali a due quadrati, 21 del seno, 25 del seno protratto. Dunque ec. Così di qualunque ragione ec.

Proposizione terza. Figura III.



Data qualunque corda nel circolo, dedotta per divisione razionale del diametro dal suo seno, e dal punto comune A; data la ipotenusa dedotta dallo stesso seno protratto al lato del diametro, e [p. 23] dallo stesso punto comune A, dico, che il quadrato della corda sarà mezzo armonico, il quadrato della ipotenusa sarà mezzo contrarmonico della ragione maggiore dimidiata aritmetica di quella ragione, in cui si è diviso il diametro: ridotta la suddetta ragione a proporzione geometrica discreta come sopra, ed aggiuntovi il mezzo contrarmonico. Sia il diametro AB 14, di cui AH sia 5, HB 9. Il quadrato di AH sarà 25, di HB 81; e in conseguenza il quadrato di HC seno sarà 45. Sommati i due quadrati 25, 45, sarà 70 il quadrato della corda AC, ipotenusa del triangolo rettangolo AHC. Il quadrato di HE seno protratto, e però eguale al semidiametro, sarà 49, quale sommato col quadrato di AH 25, lato comune de' due triangoli rettangoli AHC, AHE, sarà 74 il quadrato della ipotenusa AE. Dunque in numeri primi il quadrato di AC 35, di AE 37. Ma data la proporzione geometrica discreta di 5, 7, ragione maggiore dimidiata aritmetica della ragione 5, 9, in cui si è diviso il diametro (perché 7 è divisore aritmetico di 5, 9, e la ragione 5, 7, è maggior ragione di 7, 9), saranno i cinque termini costituenti la proporzione 30, 35, 36, 37, 42, de' quali 35 è mezzo armonico, 37 mezzo contrarmonico, e però eguali a due quadrati di AC 35, di AE 37. Dunque ec. Così di qualunque ragione ec. Ella avverta, che quella io chiamo in genere maggior ragione, la di cui differenza dedotta da' suoi estremi è maggiore della differenza dedotta dagli estremi della ragione comparata. Ridotte le due ragioni 5, 7; 7, 9, a termine comune, sarà 35 a 49, come 5 a 7; sarà 35 a 45, come 7 a 9. Ma tra 35, 49, differenza 14; tra 35, 45, differenza 10; e 14 è più di 10, dunque 35, 49, è maggior ragione di 35, 45, e però 35, 49, come maggior ragione, contiene in se 35, 45, come ragion minore.

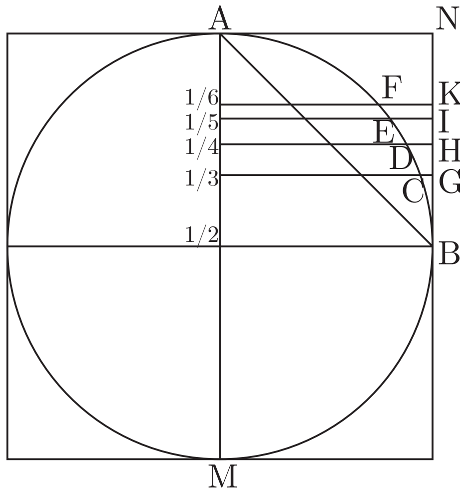
Dunque comparate tra loro le due figure, quadrato circoscritto, e circolo iscritto, in quel rispetto, in cui convengono tra loro per posizione di prima semplicità, si trova il quadrato secondo le due progressioni variamente aritmetico, e contrarmonico, il circolo costantemente armonico. Ma è uno per se (sopra dimostrato dalla sua costruzione). Comparato alla figura necessaria, ed unica per la comparazione, è armonico (presentemente dimostrato). Dunque è uno di unità armonica; il che si doveva dimostrare.

Che poi la ragione, in cui si è diviso il diametro, si trasporti a proporzione geometrica discreta, e in conseguenza si riduca ad una ragione astratta comune, in cui, come genere, convengono circolo, e quadrato, ciò nulla osta alla dimostrata proposizione, anzi maggiormente la conferma. Perchè null'altro avendosi fatto, se non che scuoprire il genere, in cui convengono le due figure, quali sono di specie tra loro diverse, tale scoperta non solamente conferma la proposizione; ma in oltre forma scienza completa della medesima: insegnando il principio comune delle due figure. Per la totale intelligenza di tal principio premetto un fatto, ch'è fuor di disputa; [p. 24] ed è la impossibilità di costruire il circolo per apertura di compasso senza la formazione della ragion subdupla tra l'apertura di compasso, e il diametro. In forza di questo fatto (semplicissimo in apparenza) resta vera la seguente proposizione, che innanzi di divider il diametro in qualunque delle infinite possibili ragioni, vi è antecedentemente nel diametro la ragion dupla talmente intrinseca al medesimo, che quando non vi sia, non è, né può esser diametro. Quando dunque si divide intrinsecamente, e inevitabilmente la ragion dupla, ch'è *a priori*, in una ragione diversa, ch'è *a posteriori*. Questa seconda può esser, e non esser, perché dipende dall'arbitrio della divisione del diametro in qual ragione si vuole. Ma la prima non può non esser, perché non dipende dall'arbitrio, ma dalla necessità della costruzione, ed è condizione *sine qua non*. In conseguenza è dimostrativamente impossibile il separar la relazione della ragione arbitraria alla ragion necessaria costituiva del diametro. Però ne viene, che dalla necessaria relazione delle due ragioni, cioè la dupla di natura, e la formata di arbitrio debba risultare una terza forma di ragione, che geometricamente le congiunga, e in cui sia evidente, che la prima forma è sempre la ragion dupla. Sia l'esempio della riduzione AC 3, CB 7 a proporzione geometrica discreta in numeri primi secondo il rigore della scienza aritmetica. (Dico secondo il rigore, perché presentemente si adopra il numero in sì fatto modo, ch'è ben tutt'altro, che scienza aritmetica). Per ridurla o è necessaria la somma de' termini 3, 7, ch'è 10, e però bisogna tornare al diametro AB; o è necessaria l'assegnazione del mezzo aritmetico (ed è la legittima) tra i due termini 3, 7, e però bisogna tornare all'apertura di compasso, o sia semidiametro 5. E nella operazione e formula o si prenda il diametro, o il semidiametro, in qualunque modo è forza tornare a' termini della prima ragione, ch'è dupla. Dato dunque il mezzo, aritmetico 5 tra 3, 7 (e il mezzo armonico necessario sarà sempre l'apertura di compasso) si moltiplica 3 per 5-15: 3 per 7-21:5 in se stesso-25:5 per 7-35, ed è formata la proporzione geometrica discreta della ragione 3, 7, in 15, 21, 25, 35, di cui il mezzo armonico è 21, l'aritmetico 25. Ma se l'assegnazione del mezzo aritmetico è dimostrativamente necessaria, e non può non esser l'apertura di compasso; dunque non solo non è vero, che passando dalla ragione 3, 7, alla eguale 15, 35, si passi ad una ragione diversa; ma anzi è vero, che la ragione 3, 7 di arbitrio si riduce al suo principio primo in 15, 35 di necessità, perché si riduce intrisecamente all'apertura di compasso come al suo centro, che indipendetemente dal nostro arbitrio è il principio primo.

Ma più. Diviso il diametro in qualunque ragion razionale, il quadrato del seno è mezzo armonico tra i rettangoli, che hanno per basi le parti del diametro, e per altezza il raggio. In [p. 25] questa proposizione è chiaro, che il raggio sempre costante è il genere; e che in forza appunto del raggio, come genere, e come principio primo, si verifica la mia proposizione in tutte le sue parti.

Ma infinitamente più, se si supponga la ragion dupla principio primo armonico potenziale, da cui procede il Circolo. Sia in ipotesi finchè si dimostri in tesi, come sarà tra poco. Dico, che gli estremi 15, 35, eguali alla ragione di AC 3, CB 7, non sono numeri astratti, perché sono inseparabili dalla ragion dupla come principio primo; e non sono di genere, e categoria diversa da' quadrati di AC, CB, perché sono quadrati. Acciò la dimostrazione formi scienza universale, sia la figura IV, in cui il diametro AM si armonicamente diviso in $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ ec. Siano dedotti li seni, e li seni protratti rispettivi alla divisione; le ragioni, in cui si è diviso il diametro, siano ridotte a proporzione geometrica discreta formata da due mezzi, armonico, aritmetico; e tutto il calcolo sia ridotto a serie comune.

Figura IV. prima.



		ridotte a serie comune			
Ragioni, in cui si è diviso il diametro AM	in proporzione geom. discreta	estremi	quadrati de' seni	quadrato de' seni protratti	estremi
A$\frac{1}{3}$1 a 2$\frac{1}{3}$M	6. 8. 9. 12	600	di $\frac{1}{3}$C800	di $\frac{1}{3}$G900	1200
A$\frac{1}{4}$1 a 3$\frac{1}{4}$M	2. 3. 4. 6	450	di $\frac{1}{4}$D675	di $\frac{1}{4}$H900	1350
A$\frac{1}{5}$1 a 4$\frac{1}{5}$M	10. 16. 25. 40	360	di $\frac{1}{5}$E576	di $\frac{1}{5}$I900	1440
A$\frac{1}{6}$1 a 5$\frac{1}{6}$M	3. 5. 9. 15	300	di $\frac{1}{6}$F500	di $\frac{1}{6}$K900	1500

Sarà dunque il quadrato di $\frac{1}{2}$ B 900 la misura comune delle ragioni. Dunque il raggio, o sia l'apertura di compasso. A ragguaglio il quadrato di A B diagonale sarà 1800; a cui comparati gli estremi maggiori formano le serie seguente.

1200 a 1800, come 2 a 3: nella ragione del diametro diviso in 1, 2.
1350 a 1800, come 3 a 4; nella ragione del diametro diviso in 1, 3.
1440 a 1800, come 4 a 5: nella ragione del diametro diviso in 1, 4.
1500 a 1800, come 5 a 6; nella ragione del diametro diviso in 1, 5.

Dunque la serie risultata è eguale alla serie delle ragioni delle differenze armoniche sommate, quali ragioni sono formate dalla somma rispettiva ragguagliata all'estremo, ch'è il diametro.

[p. 26]

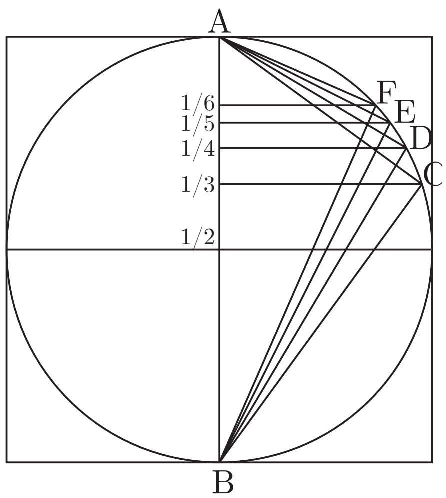
Progressione armonica	60		30		20		15		12		10
differenze armoniche		30		10		5		3		2	
sommate				$\frac{30}{40}$		$\frac{40}{45}$		$\frac{45}{48}$		$\frac{48}{50}$	

ma 40 a 60, come 2 a 3.
45 a 60, come 3 a 4.
48 a 60, come 4 a 5.
50 a 60, come 5 a 6.

dunque eguale alla serie superiore accennata.

Dunque riportando la progressione armonica 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ ec. in AB fatto diametro, si avrà nelle corde, e nelle suttese de' complementi in ragguaglio ad AB la progressione radicale de' quadrati suddetti, estremi del mezzo costante aritmetico 900 seno protratto, e del rispettivo mezzo armonico, ch'è il seno.

Figura IV. seconda.



Ragioni, in cui è diviso il diametro AB	quadrato di AB 1800 dunque li quadrati	dunque li quadrati	al quadrato	
A$\frac{1}{3}$1 a 2$\frac{1}{3}$B	di AC 600	1200 di BC	di BC 1200	di AB 1800, come 2 a 3
A$\frac{1}{4}$1 a 3$\frac{1}{4}$B	di AD 450	1350 di BD	di BD 1350	di AB 1800, come 3 a 4
A$\frac{1}{5}$1 a 4$\frac{1}{5}$B	di AE 360	1440 di BE	di BE 1440	di AB 1800, come 4 a 5
A$\frac{1}{6}$1 a 5$\frac{1}{6}$B	di AF 300	1500 di BF	di BF 1500	di AB 1800, come 5 a 6

Dunque a ragguaglio gli estremi 15, 35, non sono numeri astratti, ma sono quadrati inseparabili dalla ragion dupla radicale, come principio primo *a priori*; e sarà proposizione universale dimostrata, che gli estremi relativi alla proporzione geometrica discreta, a cui ridotta la ragione data nel diametro, e di cui si trova mezzo armonico il quadrato del seno, mezzo aritmetico il quadrato del seno protratto, sono tutti quadrati, e sono intrinsecamente nella prima corda, o sia diagonale A B, perché sono nelle corde, e suttese de' complementi della medesima fatta diametro, e divisa nella prima data ragione.

Si crederà poter opporre, che dalla suddetta dimostrazione si prova bensì il circolo uno di unità armonica, ma si prova tale comparativamente al quadrato, e non per se; il che bisognava dimostrare. Ma ciò non si dimostrarà mai in forza de' seni, perché anzi per il contrario li seni del circolo sono per se mezzi geometrici, e sono propri del circolo. Dunque il circolo è per se geometrico.

La opposizione è una dimostrazione, e per nulla tiene. La mia proposizione è fondata nella inseparabilità delle due figure, circolo, e quadrato. Questo è il mio dato, e provato: centro comune, linea comune, e punti comuni nelle due figure. Dunque il circolo separato dal quadrato, [p. 27] e considerato da per se è un falso supposto nella mia proposizione. Ciò basta, e avanza al mio intento. Ma perché questo punto è della ultima importanza sì in ragguaglio al presente sistema, sì in ragguaglio a cose maggiori, sia intieramente consumato.

È dimostrazione Algebrica, che data la unità con un termine indefinito x, acciò tra questi due termini sia assegnato il mezzo possibile, niun'altro mezzo è dimostrativamente assegnabile, se non il termine 2, come mezzo armonico tra il dato 1, e il termine indefinito x. Io non so in quanti, e quali modi si costruisca la dimostrazione da' Professori di tal scienza, perché l'Algebra mi è ignota. So bensì per la mia scienza, che così dev'essere, perché egualmente nella mia scienza Aritmetica vi è la dimostrazione, che prova lo stesso. Stimo superfluo l'assegnarla, sì perché diventerebbe necessaria una nuova aggiunta al premesso breve trattato, sì perché avendosi dall'Algebra la sicurezza della proposizione, ciò basta al mio intento.

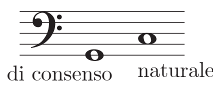
Rimane a indagare, in qual figura geometrica per forza, e necessità della sua costruzione si trovi tal risultato dimostrativo in sì fatto modo, che sia condizione *sine qua non*. Il risultato è patente nella costruzione del circolo. L'apertura di compasso è la data unità. Il diametro è il termine 2 dedotto dall'apertura di compasso per forza, e necessità della costruzione. Il termine indefinito è la circonferenza dedotta per forza, e necessità della costruzione. Oh quali, e quante conseguenze da tal vista, s'è vera! Ma come, e quando mai si potrà dimostrare altrimenti? Forse col dire, che una linea retta rivoltata in se stessa costruisce il circolo, e in tal caso la costruzione è fatta dal diametro, e non dal semidiametro, ch'è l'apertura di compasso? Ma io domanderò, che mi si assegni il centro del diametro relativo alla circonferenza. Allora è finita ogni disputa, perché l'apertura di compasso è il raggio, e il centro. Forse (e con ragione) perché dati li due termini 1, 2, sia dimostrativamente inassegnabile il terzo termine, come armonico, quale in tal caso dovrebb'esser la circonferenza? Ma questo è impossibile. Perchè sebben la quantità della circonferenza in ragguaglio al diametro non possa venire assegnata (e in tal rispetto si accorda indefinita); nondimeno è chiaro, che potendosi approssimare alla di lei quantità per progressione infinita di sempre maggior approssimazione col mezzo de' poligoni iscritti, e circoscritti, si trova il diametro alla circonferenza nella ragione di 7 a quasi 22. Egualmente è chiaro che dati questi tre termini, $3 : \frac{1}{2}$ come apertura di compasso, 7 come diametro, 22 come circonferenza (nulla importando nel caso presente il di più di 22) saranno le differenze

$$\begin{array}{ccccc} 3 \text{ e } \frac{1}{2} & & 7 & & 22 \\ & {\scriptstyle 3 \text{ e } \frac{1}{2}} & & {\scriptstyle 15} & \end{array} .$$

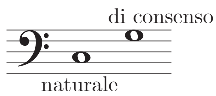
Ma se gli estremi $3 : \frac{1}{2}, 22$ fossero armonici, li due termini differenziali $3, \frac{1}{2}; 15$, esser dovrebbero [p. 28] nella ragione degli estremi; e non lo sono, né possono esservi dimostrativamente. Dunque dimostrativamente è impossibile, che il circolo sia armonico, e sia il supposto termine indefinito. E però il termine indefinito assegnato dall'Algebra s'intende di quella quantità, che non ha confine, e può protrarsi all'infinito; non mai di quella quantità, che ha confine col più, e col meno.

La opposizione è dimostrativa, è intrinsecamente dedotta dalla mia posizione; e per nulla conclude, perché resta vera la mia proposizione, dimostrata in genere dalla unità della figura circolare; in specie dalla comparazione del circolo al quadrato. Essendo egualmente indissolubili le mie dimostrazioni, e la dimostrazione opposta, la legittima conseguenza si è, che il termine indefinito x si possa, e debba intendere in due diversi sensi, nel senso comune, e nel mio particolare. Già si fa da' Geometri non esser questo il solo caso, in cui si provino dimostrativamente due proposizioni tra loro opposte. Pure io dico anticipatamente che qui non si oppongono altrimenti, e ciò si vedrà a suo luogo. Ma procediamo alla fisica precisione, a cui non vi è risposta.

Sia un Cilindro sonoro; per esempio un timpano, o tamburo. Supposte le due pelli tra loro unisone, nella percussione si sentono due suoni, uno naturale dello strumento, e sia Csolfaut; un altro di consenso, ed è Gsolreut grave, subsesquiterzo al suono naturale.

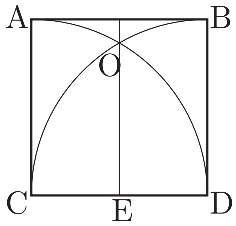


Si separi dal cilindro, o sia timpano, la pelle o superiore, o inferiore, alla quale si lasci il piccolo cerchio, a cui è raccomandata, perché stia tesa. Nella percussione di questa si sentiranno egualmente due suoni; uno sarà lo stesso Csolfaut, ch'è il suono naturale. Ma l'altro, ch'è il suono di consenso, non sarà più Gsolreut grave: sarà bensì Gsolreut acuto, con cui il suono naturale forma la ragione sesquialtera.



La sperienza dev'esser diligentemente istituita. Le due pelli del Cilindro siano unisone, eguali, e lisce quanto meglio si può, acciò il suono sia più pronto all'effetto. il discernitore de' due suoni sia esperto per distinguerli, e giudicarli. Per altro l'effetto è comunemente noto nel timpano, o sia Cilindro; non era noto nella pelle separata dal cilindro. All'esame. Data la [p. 29] ragion dupla, il mezzo aritmetico è in sesquiterza col termine maggiore della dupla $\underset{\text{arit.}}{\overset{\frown}{12.\ 9.}\ 6}$; il mezzo armonico è in sesquialtera con lo stesso termine maggiore, $\underset{\text{arm.}}{\overset{\frown}{12.\ 8.}\ 6}$. Dunque la sesquiterza determina la dupla aritmetica, la sesquialtera determina la dupla armonica. Il Cilindro è un quadrato, che si rivolge in se stesso, e li due suoni del Cilindro sono tra loro in sesquiterza. La pelle separata dal Cilindro è circolare, e li due suoni della pella separata sono tra loro in sesquialtera. La sesquiterza determina la dupla aritmetica, la sesquialtera determina la dupla armonica, e nella ragion dupla è costituito l'esame per la prima proposizione. Dunque li due suoni sesquiterzi del cilindro lo determinano fisicamente aritmetico, perché la forma del cilindro è un quadrato; li due suoni della pelle separata la determinano fisicamente armonica, perché la sua forma è un circolo. Dunque le due figure comparate quali sono in piano, tali sono in solido; quali dimostrativamente, tali fisicamente. Dunque (per corollario) il suono di consenso nelle due suddette figure altro non è, se non il centro fisico rispettivo della figura, qual centro è a ragguaglio lo stesso, che il mezzo rispettivo in piano. E però la natura aritmetica è tanto intrinseca al quadrato, la natura armonica tanto intrinseca al circolo, quanto è il loro centro rispettivo.

Ma perché si potrebbe opporre, che il cilindro non è immediatamente un quadrato, ma un quadrato, che si rivolge in se stesso, a differenza della pelle separata, che immediatamente è circolare (e ciò appunto basta, e avanza al mio intento): sia immediatamente il quadrato in piano.



È dimostrazione de' rudimenti primi geometrici, che fatto centro in D, coll'intervallo DC descritto il circolo CB; così fatto centro in C, coll'intervallo CD descritto il circolo D A, e dal punto O della intersecazione condotta la perpendicolare in E, sarà la retta EO al lato del quadrato in radice sesquiterza; e però il quadrato di AC al quadrato di EO sarà come 4 e 3. Ecco il centro sesquiterzo nel quadrato, dedotto intrinsecamente dalla unità costitutiva del quadrato, ch'è il suo lato. Indi ne viene, ch'essendo composto il Cilindro dalle due figure quadrangolare, e circolare, dipende intrinsecamente dalla linea EO dedotta per circolo; e però nel Cilindro il suono di consenso è più grave del suono naturale, perché il suono di consenso ha la stessa relazione al suono naturale, che ha il quadrato AC al quadrato di EO.

Dallo stesso principio ne viene, che dato in piano il triangolo equilatero circoscritto al quadrato, e il circolo iscritto al quadrato, si trovi il triangolo equilatero al quadrato come quasi [p. 30] 291 a 224: ragione minore della sesquiterza, maggiore della sesquiquarta; si trovi il circolo al quadrato come quasi 11 a 14: ragione minore della sesquiterza, maggiore della sesquiquarta. Ma rivolgendosi in se stesso il triangolo equilatero diventa un Cono; rivolgendosi in se stesso il quadrato diventa un Cilindro; rivolgendosi in se stesso il circolo diventa una sfera; ed è dimostrato da Archimede, che Cono, Cilindro, Sfera, in solido, e in superficie sono tra loro in proporzione sesquialtera continua 9, 6, 4. Dunque in forza del passaggio delle dette figure dal retto al circolare le figure cambiano natura di ragione, perché in retto la ragione era irrazionale, in circolare razionale; e quella ragione, che in retto era tra la sesquiterza, e sesquiquarta, in circolare si determina alla sesquialtera. Ma la sesquialtera è la ragione precisa, che determina il sistema armonico. Dunque la natura circolare è intrinsecamente armonica. Che la sesquialtera sia la precisa ragione determinante il sistema armonico, sebben è cosa per se nota, si dimostra in più modi. Data la dupla 1, $\frac{1}{2}$, il progresso per formar proporzione tanto può esser ad $\frac{1}{4}$, e la proporzione sarà geometrica continua; quanto ad $\frac{1}{3}$, e la proporzione sarà armonica. Ma posto $\frac{1}{3}$ dopo $\frac{1}{2}$ si forma necessariamente la ragione sesquialtera tra $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$; dunque la sesquialtera determina la proporzione armonica. Ma determinata la proporzione è determinato il sistema, dunque ec. Supposto il fenomeno del terzo suono, è fisicamente certo, che non avendosi terzo suono dalla dupla, il primo terzo suono è prodotto dalla sesquialtera $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$, ed è unisono ad $\frac{1}{2}$. Dunque il primo terzo suono, radice fisica del sistema armonico, si ha in figura di unità pima (perché unisono), e però principio primo, dalla ragione sesquialtera. Dunque la sesquialtera determinante, e costituente il sistema armonico nella produzione del primo terzo suono, come unità prima.

Data la dimostrazione Algebrica (in senso stretto Algebraico) della unità col termine x, avente il termine 2 come mezzo armonico, è certo, che tra questi tre termini 1, 2, x, non vi è, né vi può esser proporzione, perché da 2 a x non vi è, né vi può esser ragione. Dunque resta la ragion subdupla 1, 2 indeterminata a proporzione. Ma essendo dimostrato 2 mezzo armonico, e il mezzo determinando gli estremi alla propria natura, sarà egualmente certo, che la data unità è determinata armonica dal dedotto termine 2. Dunque restando escluso il termine indenfinito x dalla proporzione, di cui è incapace, resta primo termine armonico 2, secondo termine armonico 1. Ma una ragione non determina proporzione, e la data ragione è dimostrativamente armonica; [p. 31] dunque per necessità dimostrativa si deve concretare il terzo termine armonico, che determini la detta ragione a proporzione armonica, di cui la data ragione è in potenza dimostrativa. Dunque il terzo termine sarà $\frac{2}{3}$, quale con la data unità forma la sesquialtera. Dunque la sesquialtera determinante ec. Dunque in sostanza il mezzo 2 si converte nella unità armonica. La data unità si converte in $\frac{1}{2}$ armonico: indi la progressione armonica infinita determinata da $\frac{1}{3}$. Tutto ciò identicamente succede nella costruzione del circolo. La data unità, ch'è l'apertura di compasso, si converte nel semidiametro come $\frac{1}{2}$. Il dedotto mezzo 2 si converte nel diametro come 1; restando esclusa la circonferenza come termine indefinito, e inclusa nel diametro la potenza della progressione armonica all'infinito. Essendo impossibile maggior precisione di questa in ciascun genere, fisico, e dimostrativo, resta provata per sempre la proposizione, che il circolo sia intrinsecamente armonico.

Qui si apre opportunamente il luogo di assegnar la cagione, per cui dalla dupla non si ha, né si può aver terzo suono; e per cui il terzo suono debba trovarsi in $\frac{1}{2}$. La dupla dedotta dalla data unità, e dal termine indefinito x, è indivisibile in senso assoluto, e universale. Perchè dimostrandosi non esser capace 1, x, di altra divisione che di 2, come mezzo armonico, restano indivisibili in qualunque senso li tre termini 1, 2, x. Dunque la dupla armonica, perché indivisibile, è principio primo universale *a priori*. È dunque fisicamente impossibile, che dalla dupla si possa aver terzo suono. Perchè se il terzo suono è radice fisica del sistema armonico, e se dalla dupla si avesse terzo suono, non sarebbe la dupla principio primo *a priori*, ma principio primo *a posteriori*. È chiaro nella suddetta posizione 1, 2, x, che la dupla in tal modo dedotta è ragione di potenza armonica. Io mi prevalgo con qualche renitenza dei termini di principio *a priori*, di principio *a posteriori*, di potenza, di atto ec., perché so che in questi tempi qualunque termine Aristotelico viene deriso; ma l'uso di queste locuzioni non mi sarà imputato a difetto: che io disfido tutto il dotto Mondo ad assegnarmene di migliori, o di uguali nel mio presente bisogno. È dunque impossibile in qualunque senso, che da tal ragione potenziale si possa aver l'atto fisico determinante, e concretante, ch'è il terzo suono; ma si dovrà avere dalla ragione sesquialtera, che è la determinante, e concretante il sistema armonico. Dunque per necessità fisica, e dimostrativa deve cadere il terzo suono in $\frac{1}{2}$, termine medio congiungente le due ragioni 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$.

Ella dirà, che questa è metafisica bella, e buona. Io le risponderò, che a tal metafisica son [p. 32] necessariamente condotto da' miei dati fisici inseparabili dalle dimostrazioni. Quando io non sia convinto di paralogismo, posso tenermi in pregio di esser forse il primo (almeno in questi tempi) che scuopra la metafisica delle scienze di quantità, dedotta dalle cose fisiche in tal modo, che sia impossibile il separarla. Seguo il vero, ch'è nelle cose, sin dove mi conduce; e son certo di averlo sinora seguito a tutto rigore. Così farò sino alla fine.

Da quanto si è concluso qui sopra ne viene per corollario, che la ragion tripla sia ragion di sistema. Perchè essendo inseparabili tra loro la dupla come ragione potenziale, la sesquialtera come ragione attuale del sistema armonico, ed essendo congiunte tra loro dal termine $\frac{1}{2}$, che nel terzo suono è la radice fisica del sistema, bisogna concepirle necessariamente in quella ragione, ch'è la loro somma. Ma questa è la tripla; dunque la tripla è ragione di sistema. Per ragione di sistema si vuol dire, che nella ragion tripla è incluso il fondamento intiero del sistema armonico; non si vuol dire, che sia inclusa la estensione intiera del sistema armonico. Perchè fondamento intiero del sistema, estensione intiera del sistema sono due cose diverse, come si vedrà a suo luogo. Il corollario è chiaro, né ha bisogno di maggior spiegazione.

Da questo corollario, e da quanto si aggiungerà, dipende la soluzione della difficoltà opposta all'assegnazione da me fatta della data unità al raggio, del dedotto mezzo armonico 2 al diametro, del termine indefinito x alla circonferenza. Ripeto la opposizione. Se la circonferenza è armonica, le due differenze tra il raggio, diametro, e circonferenza, dovranno trovarsi in ragione eguale alla ragione formata da due estremi, raggio, e circonferenza. Ma non lo sono, né possono esservi dimostrativamente (nulla ostando alla dimostrazione il non potersi determinare la circonferenza). Dunque falsa l'adattazione suddetta.

Già si concede, che in ragguaglio alla legge delle differenze, quali nella proporzione armonica devono trovarsi tra loro nella ragione degli estremi, la suddetta opposizione è indissolubile. Ma trattandosi di un principio primo, di cui sino ad ora è occulta la natura intrinseca, si ha debito di esaminare, se questo principio primo, dal quale si deducono le leggi armoniche, sia soggetto a quella legge, che da esso procede; o pure se in se stesso, e nella sua intrinseca natura debba esser considerato in altro modo. Per tal esame, che per esser della ultima importanza si deve istituire a tutto rigore, è necessario assumer que' soli dati, che o di fatto, o dimostrativamente sono sicuri. Sia il primo, che data la subdupla 1, 2, acciò gli sia assegnato il terzo termine armonico, non solamente non può questo assegnarsi, ma anzi si dimostra la impossibilità di assegnarlo. La dimostrazione è comunemente nota. Sia il secondo, che data la costruzione del [p. 33] circolo per apertura di compasso, è inseparabile dalla costruzione la ragion dupla tra il raggio, e il diametro. Questo è di fatto. Sia il terzo, che dato il circolo iscritto al quadrato, queste due figure hanno comune la ragion dupla radicale (propos. prima) in BC egualmente semidiametro del circolo, e lato del quadrato; in AC egualmente corda dell'arco del quadrante, e diagonale del quadrato. Questo egualmente è di fatto, ed è dimostrazione. Le relative conseguenze sono evidenti. Dunque nel primo dato la dupla (e a ragguaglio le sue radici) è ragione *a priori* in genere universalissimo. Perchè nulla ostando, che dato 1, 3; dato 1, 4 ec. in infinito, egualmente non sia assegnabile il terzo termine armonico, la forza dimostrativa cade sempre sopra la dupla, come prima ragione della serie moltiplice 1, 2, 1, 3, 1, 4 ec., e come ragion semplice, e non composta. 1, 3, è ragione composta dalla dupla, e sesquialtera, e così in infinito. Se la dupla 1, 2, fosse capace del terzo termine armonico, lo sarebbe egualmente tutta la serie del genere moltiplice. Dunque la forza dimostrativa sta nella dupla. Dunque in ogni senso, e in qualunque modo ragione *a priori*. Nel secondo, e terzo dato se il circolo ha intrinseca la ragion dupla nella sua costruzione tra il raggio, e il diametro; se il quadrato ha intrinseca nella sua costruzione a ragion dupla radicale tra la diagonale, e il lato; se le due figure convengono nella dupla in prodotto, e in radice; dunque devono aver intrinsecamente la potenza dupla, relativa alla ragione, in cui convengono, e ch'è intrinseca alla loro costruzione. E questa potenza dupla altro non può, né dev'essere, se non la ragione producente le radici della dupla radicale BC, AC, propos. prima; e si vuol dire le radici delle radici duple. Quando ciò si dimostri (in quel modo, ch'è possibile rispetto alle quantità irrazionali, che non si possono esprimere in numero aritmetico comune, se non per approssimazione, ma che basta, e avanza per dimostrare la ragione ricercata) sarà non solamente dimostrato quanto qui si propone, ma nello stesso tempo saranno dimostrativamente confermate tutte le antecedenti proposizioni del presente sistema.

Siano dunque in precisione i tre termini, raggio, diametro, e circonferenza. Siano espressi in numero con le tre posizioni, di Archimede, Mezio, e Ceulen; di Archimede 7 il raggio, 14 il diametro, 44 (in circa) la circonferenza; di Mezio 113 il raggio, 226 il diametro, 710 (in circa) la circonferenza; di Ceulen (prendendo dieci cifre sole per iscansare la maggior fatica, e riducendole a' numeri primi per 5) 1000000000 il raggio, 2000000000 il diametro, 6283185307 (in circa) la circonferenza. Da ciascuna posizione siano dedotte le differenze, e siano sommate tra loro.

[p. 34]

Di Archimede	7		14		44
differenze.		7		30	
				7	
				37	somma delle differenze.

Di Mezio	113		226		710
differenze.		113		484	
				113	
				597	somma delle differenze.

Di Ceulen	1000000000		2000000000		6283185307
differenze.		1000000000		4283185307	
				1000000000	
				5283185307	somma delle diff.

Si domanda in qual ragione si trovi la somma delle differenze al termine della circonferenza. Rispondo, che 37, 44 di Archimede; 597, 710 di Mezio; 5283185307, 6283185307 di Ceulen sono tutte radici delle radici duple; e lo dimostro.

Radici duple sono

70. 99. 140; perché $\begin{array}{r}99\\99\\\hline 9801.\end{array}$ $\begin{array}{r}140\\70.\\\hline 9800.\end{array}$ eccede 99 di $\frac{9801}{9800}$ in prodotto.

Più esatte

408. 577. 816; perché $\begin{array}{r}577\\577\\\hline 232929.\end{array}$ $\begin{array}{r}816\\408.\\\hline 232928.\end{array}$ eccede 577, ma molto meno di 99.

molto più esatte

13860. 19601. 27720; perché $\begin{array}{r}19601\\19601\\\hline 384199201.\end{array}$ $\begin{array}{r}27720\\13860.\\\hline 384199200.\end{array}$ eccede 19601, ma molto meno.

Assegnate le medie proporzionali rispettive tra 70, 99 moltiplicati per 4 in 280, 396, sarà 333 medio proporzionale in differenza di $\begin{array}{r}333\\333\\\hline 110889.\end{array}$ $\begin{array}{r}396\\280\\\hline 110880.\end{array}$: in numeri primi 12320, 12321.

Tra 408, 577 sarà medio proporzionale 485 : $\frac{1}{5}$ in circa. Vi sarà la differenza in prodotto di $\frac{77441}{77440}$, e frazioni.

Tra 13860, 19601 sarà medio proporzionale 16482 : $\frac{1}{5}$ in circa. vi sarà la differenza in prodotto di $\frac{771788}{771789}$, e frazioni.

Dunque in ragguaglio alla prima posizione così 280, 333, come 333, 396 sono radici della [p. 35] ragion dupla radicale 280, 396, quale in numeri primi è 70. 99. In ragguaglio alla seconda posizione così 408, 485 : $\frac{1}{5}$ in circa, come 485 : $\frac{1}{5}$ in circa, 577, sono radici della ragion dupla radicale 408, 577; e sono più esatte delle prime. In ragguaglio alla terza posizione così 13860, 16482 : $\frac{2}{5}$ in circa, come 16482 : $\frac{2}{5}$ in circa, 19601, sono radici della ragion dupla radicale 13860, 19601; e sono molto più esatte.

Ma comparati i due termini 37, 44, dedotti dalla posizione di Archimede, alle tre posizioni di radici delle radici duple si trova, che

$$\begin{array}{lrrl}
\text{comparati a} & 280 & 333 & \\
 & 44 & 37 & \\
\hline
 & 12320 & 12321 & \text{differenza;}
\end{array}$$

$$\begin{array}{lrrl}
\text{comparati a} & 408 & 485 : \frac{1}{5} & \\
 & 44 & 37 & \\
\hline
 & 44880 & 44881 & \text{differenza;}
\end{array}$$

$$\begin{array}{lrrl}
\text{comparati a} & 13860 & 16482 : \frac{2}{5} & \\
 & 44 & 37 & \\
\hline
 & 76230 & 76231 & \text{differenza;}
\end{array}$$

la ragione differenziale va minorando a ragguaglio della maggior esatezza delle radici, alle quali vengono comparati. Dunque nulla ostando alla dimostrazione il non potersi determinare la precisa quantità delle radici assegnate, i due termini dedotti dalla posizione di Archimede sono radici delle radici duple, o sia della ragion dupla radicale. Omettendo la inutile fatica di tutte le comparazioni, siano comparati i due termini dedotti dalla posizione di Ceulen (come più prossimi al vero) alle dimostrate radici delle radici duple 37, 44.

$$\begin{array}{rr}
5283185307 & 6283185307 \\
44 & 37 \\
\hline
232460153508 & 232477856359
\end{array}$$

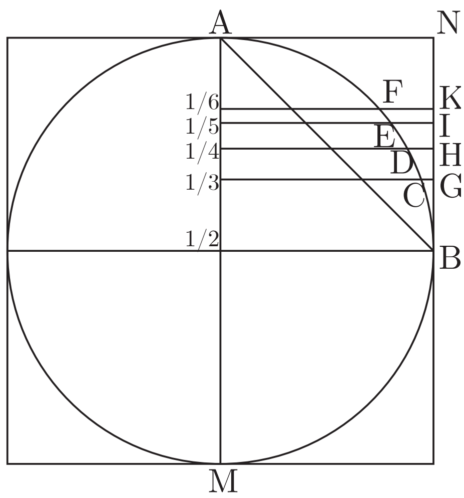
Per la differenza 17702851 risulta la ragione differenziale di 13130 a 13131, e frazioni. Comparati gli stessi termini di Ceulen alle radici delle radici duple più esatte di tutte 13860, 16482 : $\frac{2}{5}$ in circa, risulta la ragion differenziale di 16201 a 16202, e frazioni. Dunque minore della prima. Dunque dimostrata la mia proposizione. Dunque il principio primo armonico non cade sotto le leggi delle differenze armoniche, ma cade sotto le leggi della potenza dupla, ch'è *a* [p. 36] *priori*; ch'è quanto si doveva dimostrare.

Indi ne viene per corollario, ch'espresse il presente sistema con la potenza dupla, e con l'attuale sesquialtera determinante il sistema, si trovi per differenza la ragione, che vi è tra il diametro, e la circonferenza. Mi spiego. Dupla potenza sono le dimostrate radici 37, 44. Si aggiunga per terzo termine la sesquialtera. Saranno i tre termini 37, 44, 66. Ma tra 37, 44 differenza 7; tra 44, 66, differenza 22, e per la dimostrazione di Archimede il diametro è 7, la circonferenza 22 in circa. Dunque ec. Sia la potenza dupla con radici più esatte 280, 333, 499 : $\frac{1}{2}$. Saranno le due differenze 53, 166 : $\frac{1}{2}$. Comparate alla posizione di Mezio, ch'è più esatta, 113, 355, si trova la minima ragione differenziale completa 37629, 37630. Dunque ec.

Ma perché siano consumante per sempre tutte le difficoltà, che possono opporsi al circolo, come intrinsecamente, e per se armonico, torno alla prima opposizione, e la ripeto. Il circolo non è, né può esser intrinsecamente, e per se armonico. Perchè i seni, che sono veramente, e unicamente propri del circolo sono tutti medietà geometriche, o sia linee medie proporzionali. Dunque il circolo è intrinsecamente, e per se geometrico, e non armonico. Si è sciolta questa obiezione rispondendo, che il circolo separato dal quadrato è un falso supposto rispetto alla mia proposizione, che suppone la inseparabilità delle due figure. Ma qui si vuol sciogliere più precisamente, e da tal soluzione si vedrà qual, e quanta riserva alle volte si debba avere nel prestar l'assenso alle stesse dimostrazioni. Perchè certamente la opposizione suddetta è una dimostrazione; e pure per risolverla intieramente io dico, che il circolo si dimostra intrisecamente e per se armonico appunto per questo, perché i seni veramente, e unicamente propri del circolo sono geometrici; cosicchè se tali non fossero, il circolo non sarebbe, né potrebbe mai esser armonico di propria intrinseca natura. La sostanza della soluzione non consiste dunque ne' seni, come dimostrativamente geometrici, ma nella ragione per cui sono tali. Dico, che sono tali, perché il quadrato è di propria intrinseca natura aritmetico, il circolo di propria intrinseca natura armonico. Lo dimostro.

Date le proporzioni geometriche discrete di prima semplicità, il loro centro è formato dalle due medietà, armonica, e aritmetica, quali moltiplicate tra loro, producono quanto gli estremi moltiplicati tra loro. E però considerato nelle due medietà suddette il loro centro, come inseparabile, e congiunto, ha forza di centro geometrico; e in tal rispetto la proporzione è geometrica continua. Considerato come separabile, e diviso, è centro di proporzione geometrica discreta; e in questo secondo senso s'intendono comunemente le proporzioni suddette, e s'intendono ottimamente. Ciò premesso, si è dimostrato nella seconda proposizione, che dato nel circolo per il [p. 37] diametro razionalmente diviso qualunque seno, indi protratto il seno al lato del quadrato circoscritto, il quadrato dedotto dal seno è mezzo armonico, il quadrato dedotto dal seno protratto è mezzo aritmetico della ragione, in cui si è diviso il diametro, ridotta la ragione a proporzione geometrica discreta. Ora si vuol vedere qual sia intrisecamente a priori la natura del seno, e per qual ragione diventi mezzo geometrico in rispetto al diametro diviso. Sia però.

Proposizione quarta. Figura IV. prima.



Diviso armonicamente il diametro AM in $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ ec., dedotti i seni $\frac{1}{3}$ C, $\frac{1}{4}$ D, $\frac{1}{5}$ E ec., e protratti tutti al lato del quadrato circoscritto da C in G, da D in H, da E in I ec., dico, ch'essendo i seni protratti eguali al semidiametro $\frac{1}{2}$ B apertura di compasso, il circolo di sua natura intrinseca, e in forza della sua figura null'altro fa (e null'altro può fare dimostrativamente) se non sottrarre al seno protratto, cioè al semidiametro, quella tal porzione di linea, quale sottratta che sia, resti l'avanzo, cioè il seno, in radice di mezzo armonico rispettiva allo stesso semidiametro, come radice di mezzo aritmetico, relativi alle proporzioni geometriche discrete del genere moltiplice 1, 2; 1, 3; 1, 4 ec. in infinito.

Di 1, 2, proporzione geometrica discreta 6, 8, 9, 12; 8 mezzo armonico, 9 mezzo aritmetico.

Di 1, 3, proporzione geometrica discreta 2, 3, 4, 6; 3 mezzo armonico, 4 mezzo aritmetico.

Di 1, 4, proporzione geometrica discreta 10, 16, 25, 40; 16 mezzo armonico, 25 mezzo aritmetico ec.

Ma dato il quadrato di $\frac{1}{3}$ G semidiametro è 9, di $\frac{1}{3}$ C è 8, ed è il seno. Dunque in forza del circolo si è sottratta dal semidiametro la porzione di linea CG, per la cui sottrazione $\frac{1}{3}$ G seno del circolo resta in radice di 8. Ma 8 è mezzo armonico della dupla, e il seno $\frac{1}{3}$ C divide il diametro AM nella ragion dupla A $\frac{1}{3}$ 1, $\frac{1}{3}$ M 2. Dunque il circolo di sua intrinseca natura, e in forza della sua figura riduce in genere la natura aritmetica, alla natura armonica; e in ispecie null'altro fa, se non sottrarre al semidiametro, o sia apertura di compasso quella tal porzione [p. 38] di linea, quale sottratta, resti il seno (proprio del circolo) in radice di mezzo armonico rispettiva al semidiametro, come radice di mezzo aritmetico. Evitando come cosa disutile il dimostrare lo stesso negli altri seni, e lo stesso negli altri generi di proporzione, superparticolare, superparziente ec., dico, che in genere generalissimo si troverà sempre lo stesso: bastando alla universalissima dimostrazione, che il diametro sia razionalmente diviso; quantunque sussista la dimostrazione anche nel caso ch'esso diametro fosse diviso irrazionalmente. Sussiste, e sussisterà in eterno, con la sola differenza, che non potrà venire espressa co'numeri razionali, perché si ridurrà alle radici delle radici, il che è chiaro, né ha bisogno di prova.

Dunque se da' Geometri si definisce il circolo un risultato d'infiniti Poligoni, perché per poligoni iscritti, e circoscritti si va sempre più approssimando alla circonferenza in progressione infinita, con ragione, e fondamento molto maggiore io definisco il circolo un risultato d'infiniti mezzi armonici, perché la sua costruzione di necessità dimostrativa riduce il semidiametro, o sia apertura di compasso con la sottrazione della differenza, che vi è tra il seno, e seno protratto, a una serie infinita di mezzi armonici. Il fondamento della mia definizione è sicuro, quanto è la data dimostrazione. Non è sicuro il fondamento de' Geometri, perché non si è data ancora (nè si darà mai) la dimostrazione, che di fatto i poligoni si risolvano nel circolo. Vi sarà in infinito la differenza della unità, che non si potrà mai consumare; qual differenza corrisponde (a ragguaglio di principi primi) alla differenza della unità, che vi è tra il mezzo armonico, e l'aritmetico in infinito.

Se poi questi due mezzi, armonico, e aritmetico siano intrinsecamente congiunti tra loro in un solo termine, è chiaro, che questo termine sarà mezzo geometrico, perché avrà congiunta in se stessa proprietà, e natura, che avevano rispettivamente tra loro i due mezzi separati; e la proprietà, che per esempio ha la quadrupla geometrica discreta 10, 16, 25, 40, ne' due mezzi 16 armonico, 25 aritmetico, quali moltiplicati tra loro, producono quanto gli estremi moltiplicati tra loro, avrà la quadrupla geometrica continua 10, 20, 40, nel solo termine 20, mezzo geometrico tanto degli estremi 10, 40, quanto de' mezzi 16, 25. Così succede identicamente ne' seni rispetto a' principi primi delle cose. Si ha ne' seni congiunta la proprietà, e natura de' due mezzi armonico, e aritmetico. La proprietà e natura del mezzo aritmetico sta nel punto dove comincia il seno, ch'è la linea retta comune al quadrato e al circolo, già dimostrata altrove per aritmetica in priorità di natura. E la proprietà e natura del mezzo armonico sta nel punto dove finisce il seno, ch'è la linea circolare. Rispetto alla linea circolare, che determina il punto armonico del seno, si è qui sopra dimostrato. Rispetto alla linea retta comune A $\frac{1}{2}$ apertura di compasso, che determina il punto aritmetico dello stesso seno, si dimostra con molta facilità. Nella quarta [p. 39] figura, ch'è la prima delle due, si trasporti A $\frac{1}{2}$ apertura di compasso, e linea comune in NB linea eguale ma non comune; che vuol dire, si dividano i due termini in A $\frac{1}{2}$, NB, che sono congiunti in A $\frac{1}{2}$, e si torna per forza alla stessa dimostrazione data qui sopra. Il seno, che per la sua deduzione suppone il diametro diviso in parti eguali, e però aritmetiche, è prova evidente del principio aritmetico della sua deduzione. Dunque se i seni non fossero in tal senso geometrici, cioè includenti in se stessi la proprietà, e natura del mezzo aritmetico determinata dalla linea retta comune, e la proprietà, e natura del mezzo armonico determinata dalla linea circolare, il circolo non sarebbe, né potrebbe mai esser armonico di propria intrinseca natura; ch'è quanto si doveva dimostrare.

Ella Sig. Conte si meraviglierà, che io mi sia data la pena di provar la mia proposizione in sì fatto modo, che si resti non solamente convinto, ma oppresso dal peso delle ragioni. Oltre che questa proposizione è il fondamento principale del mio sistema, si degni di credermi, che la proposizione è per se, e indipendentemente dal sistema musicale di tal, e tanta importanza, che son sicuro non esservi la eguale in tutte le note umane scienze. Anzi sappia, che qui ho detto il meno di quanto si può dire: il più appartiene ad altra scienza.

Intanto resta concluso, che il circolo sia intrinsecamente armonico; e che la sua dimostrativa costruzione dipenda dalla serie infinita delle proporzioni geometriche discrete, il di cui mezzo aritmetico sia espresso dal seno protratto al lato del quadrato circoscritto (e questo seno protratto è sempre il semidiametro, o sia raggio), dal qual seno in forza della linea circolare sia sottratta quella tal porzione di linea retta, per cui la linea che rimane (ed è sempre il seno del circolo) sia nel suo quadrato al quadrato dello stesso seno protratto, come il mezzo armonico al mezzo aritmetico della ragione (ridotta sempre a proporzione geometrica discreta), in cui lo stesso seno protratto ha diviso il diametro. Dico di più, che se fosse possibile senza l'aiuto del circolo iscritto l'assegnazione della linea radicale producente nel suo quadrato la ragione del mezzo armonico rispettivo al mezzo aritmetico, di cui è linea radicale il seno protratto, sarebbe dimostrativamente possibile la costruzione del circolo in forza sola di tal linea; e dato per esempio (figura V) il quadrato ABCD infinitamente pieno di rette linee in piano, paralelle a CB, finitamente ivi assegnate per lo esempio; da ciascuna dedotto il mezzo armonico rispettivo sarebbe formata la linea circolare del quadrante BAC, il che già è dimostrato. Ma ciò non essendo possibile, se non appunto in forza della linea circolare, resta in conseguenza dimostrata per sempre la linea circolare, o sia circonferenza un risultato d'infiniti mezzi armonici in radice. [p. 40]
Dunque il circolo intrinsecamente armonico, perché tale in radice. Dunque vera la proposizione, che 1, 2, x deve adattarsi alla figura circolare in forza della sua natura, e costruzione; e che il termine indefinito x sia la circonferenza, quale col termine 2 forma una ragione indefinita. Questa ragione in sostanza è una ragione armonica trascendente, composta dalla tripla, come ragione fondamentale del sistema armonico, e da due centri rispettivi delle due ragioni formanti la tripla, cioè dupla, e sesquialtera. Sommati questi due centri formano quella ragione incognita nel suo principio, inassegnabile nella sua quantità precisa, di cui oltre la ragion tripla la circonferenza eccede il diametro; cioè la ragione di 21 a quasi 22 di Archimede rispetto a 7 diametro, di cui è triplo 21. Di 339 a quasi 355 di Mezio rispetto a 113 diametro, di cui è triplo 339 ec. Se ben ciò non appartiene all'interno presente, nondimeno stimo ben fatto darle una idea concreta di tal principio, in di cui forza ella sappia per scienza i primi componenti della suddetta ragione, e sappia per scienza la cagione immediata della impossibilità della quadratura del circolo. La cosa è affatto nuova, e interessante, e però non si deve tralasciare: molto più, perché diventa una prova universale di quanto sinora si è dimostrato.

Si è stabilita in questo Capitolo ragion potenziale la dupla, ragion attuale la sesquialtera dell'armonico sistema. Indi la tripla ragion fondamentale, come somma della dupla, e sesquialtera. A ragguaglio assegnati i due centri rispettivi, potenziale della dupla, attuale della sesquialtera, dico che la loro somma formerà quella ragione incognita, di cui oltre la tripla la circonferenza eccede il diametro. Chiamo centro potenziale della dupla quella tal ragione di quantità irrazionale, che in forza delle proporzioni geometriche discrete (dimostrate principio primo, e comune del circolo, e del quadrato) è dedotta dal centro delle radici duple ridotte a proporzione geometrica discreta; e sono 5, 7, già dimostrate in questo Capitolo. Ridotte a proporzione geometrica discreta sono 30, 35, 36, 37, 42. Si prenda la ragione formata da due mezzi 36 aritmetico, 37 contrarmonico, e di questa ragione si assegni il mezzo aritmetico. Duplicati 36, 37 in 72, 74, sarà 73 il mezzo aritmetico assegnato. Di questi tre termini si prendano i due 72, 73, e secondo la scienza del premesso trattato, si assegnino le radici della ragione formata da due termini 72, 73. Saranno 289, 291, perché moltiplicati in sestessi $\begin{array}{r}289\\289\\\hline 83521\end{array}$, $\begin{array}{r}291\\291\\\hline 84681\end{array}$, e comparati i due prodotti alla ragione $\begin{array}{r}83521\\ 73\\ \hline 6097033\end{array}$, $\begin{array}{r}84681\\ 72\\ \hline 6097032\end{array}$. Ma 289 mezzo aritmetico tra 288, e 290, quali [p. 41] moltiplicati tra loro producono $\begin{array}{r}290\\ 288\\ \hline 83520\end{array}$. Egualmente 291 mezzo aritmetico tra 290, e 292, quali moltiplicati tra loro producono $\begin{array}{r}292\\ 290\\ \hline 84680\end{array}$; e 8352, 8468 sono eguali alla ragione 72, 73 perché $\begin{array}{r}8352\\ 73\\ \hline 609696\end{array}$, $\begin{array}{r}8468\\ 72\\ \hline 609696\end{array}$. Dunque ec. La ragione formata da due termini radicali 289, 291, io chiamo centro potenziale dedotto dal centro delle radici della dupla, ragione potenziale del Sistema; e dal modo della sua deduzione sono dimostrativamente convinto, che così lo devo chiamare, perch'è formato dalle radici di 36, 37.

Chiamo centro attuale della sesquialtera quella tal ragione di quantità razionale, che ch'è dedotta dal centro della sesquialtera ridotta a proporzione geometrica discreta in 20, 24, 25, 26; 30. I due mezzi, aritmetico 25, contrarmonico 26, formano il centro attuale della suddetta ragione. Questi due centri devono desumersi da' mezzi contrarmonici relativi, perché si è veduto, e dimostrato, che la quantità della circonferenza è trascendentale. Dunque il ragguaglio dev'esser di natura di quantità contrarmonica, che corrisponde alla quantità negativa dell'Algebra, e per propria intrinseca natura trascende la unità aritmetica. Il centro relativo alla ragion dupla è in potenza, perché così è la ragione; è alrerabile, e incompleto, perch'è composto da due termini irrazionali, che non si possono esprimere co'l numero aritmetico se non per approssimazione. Il centro relativo alla ragion sesquialtera è in atto, perché così è la ragione. È inalterabile, e completo, perch'è composto da due termini razionali, e completi.

Tutto ciò necessariamente premesso dico, che la somma di questi due centri formerà per approssimazione quella tal ragione sinora incognita, di cui oltre la ragion tripla la circonferenza eccede il diametro; e rettificando secondo il metodo del trattato i due termini irrazionali del primo centro per sempre maggior approssimazione, la ragione suddetta si approssimerà sempre più alla vera quantità per progressione infinita. Si prendano per la prova i due termini di Mezio 113, 335 come più prossimi al vero in pochi numeri. Triplicato 113 in 339, sarà 339, 355 la ragione dell'eccesso, di cui oltre la tripla la circonferenza eccede il diametro. Si sommino i due centri: $\begin{array}{rrr}\text{della dupla} & 289, & 291.\\ \text{della sesquialtera} & 25, & 26.\\ \cline{2-3} & 7225; & 7566.\end{array}$; e si compari la ragione risultata 7225, 7566 alla [p. 42] ragione di Mezio 339, 355; resta la minima differenza razionale della unità in $\begin{array}{r}7225\\ 355\\ \hline 2564875\end{array}$, $\begin{array}{r}7566\\ 339\\ \hline 2564874\end{array}$ di cui il termine 7225, a cui è sommata la radice 289, eccede il termine di Mezio 355 indicante la circonferenza. Ma la differenza razionale della unità secondo la scienza del trattato è indicazione dimostrativa del principio comune delle ragioni comparate; e l'eccesso si trova nel termine 7225, a cui è sommata la radice 289, quale per intrinseca posizione cresce a ragguaglio del termine relativo 291 di quanto cresce a ragguaglio la ragione 288, 290 dalla ragione 290, 292. Dunque vera la posizione, e la dimostrazione de' due centri sommati, come indicanti la suddetta ragione 339, 355.

Più. Si riducano a proporzione geometrica discreta i due primi termini 72, 73 da' quali si è dedotto il primo centro. Assegnato il mezzo aritmetico tra 72, 73, duplicati in 144, 146, sarà 145. Indi la proporzione geometrica discreta

$$\begin{array}{cccc} & 144 \quad\bowtie\quad 145 & & \\ & 145 \quad\bowtie\quad 146 & & \\ \hline 20880 & 21024. & \text{mez. arm.} & 21170.\\ & 21025. & \text{mez. aritm.} & \end{array}$$

Si assegni il mezzo aritmetico tra i due mezzi, armonico 21024, aritmetico 21025. duplicati tutti li termini sarà la posizione.

	42048 mezzo armonico	
41760.	42049 mezzo assegnato	42340.
	42050 mezzo aritmetico	

Li due termini 41760, 42049, saranno radici della ragione 72, 73, molto più esatte di quello siano 289, 291.

Alla ragione	41760	42049
Sommata la ragione,	25	26
e alla ragione risultata	1044000	1093274
comparata la ragione di Mezio	355	339
per la differenza	114 : 370620000	114 : 370619886

risulta la minima ragione differenziale 3251052 : $\frac{72}{114}$, 3251051 : $\frac{72}{114}$. Dunque minore della prima differenza 2564875, 2564874. Dunque vero ec.

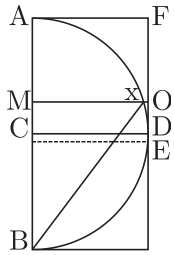
La mia proposizione non essendo diretta alla quadratura del circolo, tralascio di maggiormente avvanzarla sì in rispetto alle diverse relazioni, e significazioni della ragione 72, 73; sì in rispetto alla maggior esattezza della sua posizione, e delle sue radici. Solamente le faccio osservare, che la somma de' due termini della suddetta ragione è $\begin{array}{c}72\\ \underline{73}\\ 145\end{array}$. E vuol dire il mezzo [p. 43] contrarmonico della ragione 11, 13, ridotta a proporzione geometrica discreta in

	143. mezzo arm.	
132.	144 mezzo aritm.	156.
	42050 mezzo contrar.	

E le faccio osservare, che li due termini suddetti 11, 13, sono le radici delle radici duple 5, 7. Questa osservazione fa conoscere ad evidenza la verità del principio primo nella potenza dupla, e la necessità di ridurre il calcolo al mezzo contrarmonico.

Dopo tutto ciò si può ancor dubitare se la ragion tripla sia talmente intrinseca al circolo, che sia impossibile il separarla dalla di lui dimostrata natura, e formazione. Ma la cosa è troppo chiara nella proporzione geometrica discreta della tripla 2, 3, 4, 6. Si è dimostrato, che il diametro è aritmetico per natura, la circonferenza armonica per natura. Si è dimostrato, che il centro aritmetico della ragion dupla è la sesquiterza, ed è evidente che il centro della tripla assegnata formato dall'avanzo di due duple, 2 3 4 6 è in ragion sesquiterza. Dunque il centro, come aritmetico, appartiene al diametro; e ciò, che appartiene alla circonferenza, come armonica, altro non può, né dev'esser a tutto rigor matematico se non la somma della tripla armonica: escluso qualunque altro mezzo, che non sia armonico. Ma dato il mezzo aritmetico del centro sesquiterzo 3, 4, è 3 : $\frac{1}{2}$. Data la somma de' tre termini costituenti la tripla armonica 6, 3, 2, è 11. Dunque indipendentemente da' poligoni iscritti e circoscritti, e solamente in forza de' principi dell'armonico sistema e della legittima scienza aritmetica si sa, che necessariamente il diametro alla circonferenza deve trovarsi in ragguaglio di 3 : $\frac{1}{2}$ a 11: in numeri intieri di 7 a 22. Ecco dunque ad evidenza la inseparabilità della ragion tripla dal circolo.

Se qualche oscurità vi rimane rispetto alla ragion sesquiterza, che forma il centro, ancor questa si rischiara facilmente con geometrica dimostrazione, in di cui forza non solo si rileva a verità del centro suddetto, ma si vede di più la necessità del calcolo contrarmonico.



L'apertura di compasso, o sia raggio CA si determini a 49, ch'è il quadrato di 7, ed è mezzo aritmetico della sesquiterza geometrica discreta.

$$\begin{array}{ccc} & \text{mezzi} & \\ & 58.\ \text{arm.} & \\ 42. & & 56. \\ & 49.\ \text{aritm.} & \\ & 50.\ \text{contrarm.} & \end{array}$$

Relativamente a DF eguale a CA si aggiunga il mezzo contrarmonico 50 in EF, da cui si deduca la ragion sesquiterza in OF, come 37 : $\frac{1}{2}$. Dico, che condotto il seno da O per x in M, e [p. 44]
condotta da x in B la corda suttesa xB, tra AB diametro, e la suttesa xB si avrà la ragione di 14 a 11, cioè del quadrato circoscritto al circolo iscritto. Ommetto il calcolo, perché facile, e chiaro, e dico. Dunque la ragione suddetta si ha dal centro aritmetico sesquiterzo, e dalla ragion sesquiterza riportata al mezzo contrarmonico relativo. Dunque doppia prova e della verità del centro sesquiterzo, e della trascendenza della tripla nel circolo rispetto alla natura di quantità contrarmonica.

Le dirò di più, che data la tripla geometrica discreta con tutti li tre mezzi in 2, 3, 4, 5, 6, e ridottili cinque termini a somma nel modo seguente $\begin{array}{c}2\\ \underline{3}\\ 5\end{array}\ \begin{array}{c}3\\ \underline{4}\\ 7\end{array}\ \begin{array}{c}4\\ \underline{5}\\ 9\end{array}\ \begin{array}{c}5\\ \underline{6}\\ 11\end{array}$, ella troverà, che li due termini 5, 7, sono le radici della dupla: 9, 11, le radici della sesquialtera; e 7, 9, una media ragione aritmetica tra le due estreme ragioni. Si riduca il termine 7 a maggior approssimazione di radice dupla rispetto al termine 5. Moltiplicati tutti li quattro termini per 14, saranno $\begin{array}{c}14\\ \underline{5}\\ 70\end{array}$ $\begin{array}{c}14\\ \underline{7}\\ 98\end{array}\ \begin{array}{c}14\\ \underline{9}\\ 126\end{array}\ \begin{array}{c}14\\ \underline{11}\\ 154\end{array}$. Aggiunta la unità a 98 dedotto da 7, sarà 99, quale con 70 formerà le radici duple molto più esatte di 5, 7. Perché

$$\begin{array}{rrrl} & 70 & 99 & \\ & \underline{70} & \underline{99} & \\ \text{dupla} & 4900 & 9801 & \text{in differenza di 1.} \end{array}$$

Ella troverà tra 99, 126, ch'è il centro degli estremi, la ragione di 11 a 14, cioè del circolo iscritto al quadrato circoscritto. Ecco in qual modo la ragione del circolo al quadrato si contiene nella tripla.

Dalla posizione suddetta ne viene, che prendendo la ragione sesquiterza con la ragione soprassegnata 7, 9, o sia super 2 parz. 7, e riducendo queste due ragioni a proposizione geometrica discreta

	mezzi			mezzi	
	48 armonico			63 armonico	
di 3, 4 in 52	49 aritmetico	56;	di 7, 9 in 56	64 aritmetico	72;
	50 contrarmonico			65 contrarmonico	

con li mezzi aritmetici dedotti dalli due mezzi rispettivi, armonico, aritmetico della sesquiterza: aritmetico, contrarmonico della super 2 parz. 7, si forma la precisa posizione di Mezio di 226 quadrato iscritto a 355 circolo circoscritto non per poligoni, ma con la semplice somma de' due mezzi dedotti. Ecco il modo, e il fatto. Duplicati tutti li termini in

$$\begin{array}{cccccccccc} & & & & & & & \text{Somma,} & & \text{Somma} \\ & 96 & & & 126 & & & 97 & & 226 \\ 84 & 98 & 97 \text{ dedotto,} & 112 & 128 & 129 \text{ dedotto,} & & \underline{129} & & \underline{129} \\ & 100 & & & 130 & & & 226 & \text{a} & 355 \end{array}$$

[p. 45]

Ecco spiegata la natura contrarmonica in 129 dedotto da due mezzi aritmetico, e contrarmonico rispetto alla ragione 7, 9; e confermato il centro sesquiterzo in 97 rispetto alla sesquiterza, perché 97 è termine dimostrativamente indicante il mezzo geometrico della sesquiterza 84, 112. Le dirò finalmente che dato il termine 56, ch'è il mezzo comune di proporzione rispetto alla sesquiterza 42, 56, e alla super 2 parz. 7, 56, 72; dedotta dal medesimo la tripla geometrica discreta in 56, 84, 112, 168; e ridotto a proporzione geometrica discreta il centro sesquiterzo 84, 112, con tutti li tre mezzi come sopra, cioè 84: $\begin{smallmatrix}96\\98\\100\end{smallmatrix}$. 112; io le farò nascere sotto gli occhi li numeri precisi di Ceulen, assumendo per diametro il mezzo contrarmonico 100, e per circonferenza la somma della tripla armonica con la sola operazione di aggiunger al termine 56 un altro termine in ragione di 50 a 51, e di riportare la tripla armonica al termine aggiunto. La ragione aggiunta di 50 a 51 è necessaria di necessità di principio, ed è relativa alla prima dimostrata posizione della ragione 25, 26, dedotta dalla sesquialtera, e sommata alle radici 289, 291, ec. Assumendosi per diametro il mezzo contrarmonico 100, a giusto ragguaglio è forza di riportare la tripla armonica al centro della ragione 25, 26, ch'è formata dal mezzo aritmetico, e dal mezzo contrarmonico della sesquialtera. Dunque duplicando 25, 26, in 50, 52, sarà 51 il centro, o sia mezzo aritmetico della suddetta ragione, qual mezzo col termine 50 forma la ragione sopraccennata di 50, 51. Voglio dire in sostanza, che come prendendosi per diametro il mezzo aritmetico 98, e per circonferenza la somma della tripla armonica 56, 84, 168, ch'è 308, si ha la ragione dedotta da Archimede di 7 a 22; così prendendosi per diametro il mezzo contrarmonico 100, e per circonferenza la somma della tripla armonica, riportata nel primo termine all'assegnata ragione di 50, 51 che nasce necessariamente da principi del presente sistema, si avrà la ragione dedotta da Ceulen di 10000000 ec. a 31415926 ec.

Per comodo del calcolo siano accresciuti di terzo zero li tre termini della tripla armonica 56, 84, 168. Saranno 56000, 84000, 168000. Dal primo termine 56000 si deduca il secondo in ragione di 50 a 51. Sarà 57120, da cui si deduca la tripla armonica in 57120, 85680, 171360. Sommati li tre termini, sarà la somma 314160. Ma le prime sei cifre di Ceulen sono 314159; dunque sin qui in differenza della unità nella ultima cifra. Ora ella sappia, che il termine assunto 51 essendo incompleto, e dovendosi ridurre li tre termini 50, 51, 52, a proporzione geometrica discreta per assumere secondo la natura armonica della circonferenza non più il mezzo aritmetico, ma bensì il mezzo armonico dedotto dal centro della proporzione suddetta, ridotto a proporzione geometrica discreta; quando ciò si faccia in progressione infinita, e a ragguaglio si riporti la tripla [p. 46] armonica a termini relativi, non solo non si trova più la differenza della unità tra le cifre qui sopra risultate da due principi affatto diversi, ma le cifre si vanno identificando in progressione infinita. La operazione è lunga, e tediosa, ed io ho avuto la pazienza di eseguirla sino a cifre 8. Il risultato è 57119866, 85679799, 171359598.

		57119866
		85679799
Diametro 100000000		171359598
	Somma	314159263 ec.
	Ceulen	314159265

Dopo prove sì fatte ella non credesse mai Sig. Conte, che io pretendessi in forza del mio sistema di andar incontro alla quadratura del circolo. Pretendo bensì il contrario, ed è di dimostrare la impossibilità della quadratura del circolo in forza appunto del mio sistema. La radice della impossibilità è nel punto B della quarta figura, come punto comune della retta B $\frac{1}{2}$, e della curva BCDA. Si è dimostrato in questa figura, che diviso armonicamente il diametro AM in $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, ec., dedotti li seni $\frac{1}{3}$ C, $\frac{1}{4}$ D ec.; e dedotti li seni protratti $\frac{1}{3}$ G, $\frac{1}{4}$ H ec., il circolo per propria natura null'altro fa se non sottrarre al seno protratto, ch'è il semidiametro, quella tal posizione di linea, la quale sottratta che sia, resti l'avanzo, ch'è il seno, in radice di mezzo armonico rispettiva al semidiametro come radice di mezzo aritmetico, relativi alla serie infinita delle proporzioni geometriche discrete dedotte dal genere moltiplice 1, 2; 1, 3; 1, 4, ec, in infinito. Però si trova il quadrato del seno $\frac{1}{3}$ C come 8, il quadrato di $\frac{1}{3}$ G come 9: quello mezzo armonico, questo mezzo aritmetico della dupla 6, 12, eguale alla dupla A $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$ M, in cui si è diviso il diametro ec. Ora è certo, che la serie suddetta comincia in B $\frac{1}{2}$, che divide il diametro AM in $\frac{1}{2}$ A, e in $\frac{1}{2}$ M. Dunque riportando la divisione al numero delle serie moltiplice, sarà il risultato di B $\frac{1}{2}$ 1, di A $\frac{1}{2}$ 1, di $\frac{1}{2}$ M 1. Dunque la forma è 1, 1, 1; unitadi eguali, ma diverse, com'è diverso B $\frac{1}{2}$ da $\frac{1}{2}$ A, e questo da $\frac{1}{2}$ M. È certo, che nell'applicazione della serie suddetta al diametro, A $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$ M sono gli estremi della ragione 1, $\frac{1}{2}$; e $\frac{1}{3}$ C, 3 G sono li mezzi rispettivi [p. 47]
armonico, aritmetico. Così A$\frac{1}{4}$, $\frac{1}{4}$ M sono gli estremi della ragione 1, 3, e $\frac{1}{4}$ D, $\frac{1}{4}$ H sono li mezzi rispettivi, armonico, aritmetico ec. Dunque in forza della stessa serie, che comincia in $\frac{1}{2}$ A, e in $\frac{1}{2}$ M come estremi, è certo, che in $\frac{1}{2}$ B devono esservi realmente li due mezzi rispettivi, armonico, aritmetico, altrimenti vi è l'assurdo patente. Ma è certo, che il punto comune $\frac{1}{2}$ del mezzo $\frac{1}{2}$ B resta comune e agli estremi, e a'mezzi per tutta la serie infinita in $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ ec., e per il contrario il punto comune dello stesso mezzo B $\frac{1}{2}$ non resta comune nel progresso, ma si divide realmente. Dunque nel punto B vi sono due relazioni, di mezzo armonico, e di mezzo aritmetico; e queste due relazioni sono tanto reali, quanto è reale la separazione de' due mezzi nel progresso, e quanto è reale il principio di quattro termini, cioè due estremi, e due mezzi rispetto alla stessa serie, che procede in infinito per due estremi, e due mezzi reali. La conclusione è evidente. Per negarla bisogna negar tutto. Ma questo è impossibile. Dunque ec.

Ciò premesso, dico impossibile la quadratura del circolo rispetto alla idea, modo, e scienze comunemente note di quantità. Se la linea circolare è realmente separata dalla linea retta nel loro principio primo, ch'è il punto, come mai si può pretendere di ridurre la linea circolare in retta se non pretendendo appunto un impossibile? Se la natura di quantità armonica è realmente distinta, e diversa dalla natura nell'altra stando le medesime nel loro principio primo? E qui rispetto alle scienze note di quantità finisce per sempre la ricerca della quadratura del circolo.

Ecco dunque Sig. Conte in questi due primi capitoli posto sotto gli occhi suoi quell'esemplare di scienza fisicarmonica, da cui ella deve desumer la giusta idea per riportarla alla Musica ne' Capitoli seguenti. Però mi son dilatato, e ho divagato di molto in questo secondo Capitolo per cose non affatto necessarie al sistema Musicale; avendo io creduto ben fatto di esporle in molti, e diversi aspetti la sostanza, il modo, e il metodo di questa scienza, acciò dalla raccolta delle diverse idee particolari ella formi nella sua mente la idea più completa, e universale che sia possibile: sì per il particolar suo piacere, sì per il presente bisogno. Ma in ogni modo è forza ch'ella si contenti di questa, che io chiamo con verità piccolissima porzione, che a mio giudicio [p. 48] credo sufficiente. Ella intanto rifletta, che se ben questa scienza come dimostrativa abbia i suoi calcoli particolari, e distinti (è una prova di ciò il breve premesso trattato, ch'è per altro il minimo tra i calcoli propri di questa scienza,) nondimeno si vale secondo il bisogno di qualunque altra scienza di quantità; ma distintamente della Geometria, con cui conviene particolarmente e nelle posizioni, e nelle proposizioni, e nel metodo rispetto al genere dimostrativo. Così dev'essere, perché il circolo è comune in genere a queste due scienze, sebben in ispecie, anzi in precisione appartenga alla scienza armonica. La differenza sostanziale tra queste due scienze si è, che la scienza geometrica si propone la dimostrazione come fine; la scienza armonica come mezzo. Il fine di questa scienza si è la ricerca della ragione, per cui la cosa dimostrata sia qual è; e però è cosa chiara, che la differenza è sostanziale. Molto più, perché oltre il genere dimostrativo abbraccia il genere fisico in sì fatto modo, che sia impossibile il separare un genere dall'altro. Ella lo ha veduto sinora, e lo vedrà sino alla fine.

CAPITOLO TERZO. [p. 49]

DEL SISTEMA MUSICALE

Consonanze, Dissonanze, loro Natura, e Definizione.

Se il Circolo è per sé, e di sua intrinseca natura armonico; dunque il diametro per sé, e di sua intrinseca natura dev'esser armonicamente diviso. La conseguenza è legittima, ed è corollario di quanto si è dimostrato. Si avverta però, che io non intendo presciver confini all'uso della figura circolare, senza di cui o non vi sarebbe, o sarebbe imperfettissima la Geometria: scienza di somma utilità, e importanza. Il circolo è talmente uno in se stesso, che risponde a qualunque idea, e a qualunque uso di scienze di quantità, le quali tutte di necessità debbono aver per principio la unità in diversi rispetti. Intendo solamente (costretto dalla giusta legge propostami da principio) di seguire a tutto rigore la di lui natura fisica, e dimostrativa sin dove mi conduce senza prendermi arbitrio alcuno; sia poi ciò, ch'esser si voglia in rispetto alle altre scienze, alle quali tutte resta il suo luogo, e il suo uso. Se il diametro si deve dividere armonicamente, perché il circolo è per sé armonico; dunque non deve formarsi il sistema nel diametro, ma bensì nelle corse, complementi, e seni dedotti dal diametro armonicamente diviso, come necessariamente appartenenti al circolo; e in tal posizione si deve trovare tutto il sistema universale. Se tutto il sistema universale; dunque in ispecie a ragguaglio delle corde, complementi, e seni il sistema armonico, l'aritmetico, il geometrico; le consonanze, e le dissonanze; la loro natura, uso, e vera definizione. Dico vera, perché la definizione sinora comunemente ricevuta, che le consonanze siano cosa grata all'orecchio, ingrata cosa le dissonanze, è ben tutt'altro che definizione.

Ma innanzi di proseguire si fa necessaria la esatta spiegazione del presente sistema, sopra il quale potendo occorrere due gravi difficoltà, farò che la proposizione, e soluzione delle medesime serva a render chiaro il sistema. La prima difficoltà è questa. Nel diametro, come semplice retta linea armonicamente divisa, dedotti i quadrati della frazione, del rispettivo avanzo, e del seno, il cui quadrato si forma dalla multiplica della frazione nell'avanzo, si ha antecedentemente quanto si ha posteriormente ne' quadrati della corda, complemento, e seno dedotti dalla data divisione. Non si vede dunque la necessaria cagione, per cui quanto si può aver nella semplice retta linea, debba riportarsi alla figura circolare. Dico, che rispetto al presente sistema, da' fenomeni fisicamente dimostrato armonico per eccellenza, la cagione è necessaria, ed anzi è una evidentissima prova della già dimostrata natura armonica della figura circolare. Sia il diametro [p. 50]
diviso per 3; sia diviso dal seno nella ragione 1, 2. Sarà 1 il quadrato di 1; sarà 4 il quadrato di 2; sarà 2 il quadrato del seno. Indi in forza del seno a quadrupla geometria continua, 1, 2, 4. Riportata la stessa ragione al circolo nella corda dedotta da 1 del diametro, nel complemento dedotto da 2 del diametro, e nel seno, che resta il medesimo, come comune al diametro, e al circolo, si trova cambiata la quadrupla geometrica continua nella tripla armonica, perché il quadrato del complemento è 6, della corda 3, del seno 2. La proporzione in genere, che nel diametro è geometrica, nel circolo si converte in armonica. Il seno in ispecie, che nel diametro è mezzo geometrico, nel circolo si converte in estremo armonico. Ecco sciolta la prima difficoltà, confermata armonica la figura circolare, e dimostrata la necessità di riportare al circolo qualunque operazione si faccia sopra il diametro rispetto al presente fisico-armonico sistema.
indent La seconda difficoltà è questa. In forza di un principio astratto indipendente da linee, e figure si esprime in genere qualunque proporzione. In ispecie, e precisione le proporzioni assegnate in note musicali annesse alla settima figura, nelle quali si contiene tutto il sistema, si risolvono in questo principio per le frazioni. Li due esempj, primo e secondo in 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$,

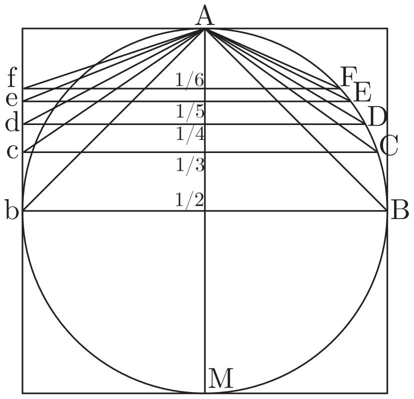
$\frac{1}{6}$. Il terzo in $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$. Il quarto per le ragioni composte in $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{3}{16}$, $\frac{4}{25}$, $\frac{5}{36}$. Indi lo stesso sistema,
dell'esempio secondo in 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$;
dell'esempio terzo in - - $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$;
dell'esempio quarto in - - $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{3}{16}$, $\frac{4}{25}$, $\frac{5}{36}$.
Dunque inutile la riduzione al circolo di quel sistema, che si ha da un altro principio primo, e indipendente.

Dico, che quando rettamente s'intenda il presente sistema, questa difficoltà non ha luogo. Il sistema è sostanzialmente fondato sopra le tre nature di quantità, armonica, aritmetica, geometrica. Nel presente Capitolo sarà evidente la deduzione del sistema particolare da ciascun genere, universale da' tre generi suddetti di quantità. Perciò esser deve dimostrativamente nota la natura particolare di ciascun termine costituente le proporzioni in senso sì rigoroso, che nulla giova al bisogno il sapersi solamente inastratto quale, e di qual genere sia la proporzione. Serva di esempio la tripla armonica espressa, come sopra, in $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{9}$. In questa espressione si avrà bensì scienza di proporzione, ma sarà ben lungi dal produr scienza relativa al presente sistema. [p. 51]
Perché si abbia tal scienza, è di necessità essenziale il doversi sapere, che il termine $\frac{1}{3}$ è per sé armonico; che il termine $\frac{2}{3}$ è in due rispetti: nel primo è aritmetico, come somma di unità: nel secondo è armonico, come mezzo armonico della ragion dupla; che il termine $\frac{2}{9}$ è in quattro rispetti: nel primo è mezzo geometrico della ragion dupla: nel secondo è estremo armonico della tripla: nel terzo è estremo geometrico della sesquialtera continua: nel quarto deve cambiarsi in $\frac{1}{4}$. Non basta. È forza sapere la natura particolare delle ragioni costituenti ciascun sistema; la cagione, e il modo, per cui un genere di quantità si cambia in genere diverso; il determinato confine di ciascun sistema particolare; l'ordine, il legame, il risultato della congiunzione de' sistemi ec. Tutto ciò, e molto di più in tal senso, e aspetto si vedrà nel presente capitolo, e nel rimanente del Trattato esser sostanzialmente necessario alla costituzione di quella tal scienza di Armonia, che intanto nel titolo del Trattato io chiamo con ragione vera scienza, in quanto alla sua costituzione integrale non basta la sola scienza delle proporzioni. Questo essendo lo spirito, e la sostanza del sistema, se io ricerco, che per esempio nella espressione della proporzione armonica astratta $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{9}$, si dimostrino le tre nature diverse di quantità, e distintamente de' quattro rispetti del terzo termine $\frac{2}{9}$ se ne dimostrino due soli, l'armonico, e il geometrico come relativi a due ragioni diverse, e dipendenti da una sola posizione, è certo che per tal dimostrazione è forza assumere in precisione la mia figura, i miei dati, e la mia identica posizione, come principio primo. Quando dunque rettamente s'intenda il sistema, non solamente la proposta difficoltà non ha luogo, ma anzi si converte necessariamente in mia ragione. Che poi formato l'universal sistema da' tre dedotti sistemi particolari, armonico, aritmetico, geometrico: stabilita scienza, e legge di ciascun sistema particolare, e dell'universale, la immagine di questa scienza, e di questa legge possa esprimersi con le frazioni, non vi ha dubbio alcuno. Ecco dunque la legittima spiegazione della difficoltà. Considerato da una parte il principio astratto delle frazioni come scienza di proporzione; e dall'altra la divisione armonica del diametro nella settima figura, il trasporto delle ragioni rispettive al circolo, e nulla più, è certo che in questo senso il principio astratto è l'esemplare, il circolo è una immagine di questo esemplare. In tal senso mi valgo io stesso di questo principio nel Capitolo primo per enunciare i fenomeni, quali certamente non potrei giudicare armonici, se antecedentemente non mi fosse noto questo principio astratto. Ma [p. 52]
dimostrato il circolo armonico, anzi radice armonica per intrinseca natura, e perciò necessariamente considerato come un principio dimostrativo armonico per sé primo nel senso qui sopra esposto, ch'è il legittimo, e a cui si troverà corrispondente a tutto rigore il presente Capitolo, e tutto il Trattato, è altrettanto certo, che il circolo nella settima figura è l'esemplare; qualunque

proporzione dedotta dalla suddetta figura, e in qualunque modo espressa è la immagine. Che il circolo rispetto all'armonico sistema sia principio dimostrativo per sé primo; che in tal rispetto il principio astratto delle frazioni non sia né primo, né astratto, ma abbia nel circolo il suo principio, e le sue radici, lo dimostro, e perciò sia la settima figura. Premetto sapersi comunemente, che da pesi adattati a corda pendola sonora per la serie de' quadrati, 1, 4, 9, ec. si hanno i suoni unisoni, o sia eguali a' suoni di una corda sonora tesa su'l monocordo, e divisa per le frazioni in $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ ec. Fatta unisona la corda tesa al suono del primo peso, il suono dedotto da pesi 4 sarà unisono al suono della corda $\frac{1}{2}$, il dedotto da pesi 9 al suono della corda $\frac{1}{3}$ ec. Non so poi se si sapia [sic], che nel diametro AM dal centro A condotto per circolo B in b, C in c, D in d ec., i suoni dedotti da ciascun peso per serie aritmetica 1, 2, 3, 4, ec., siano eguali a' suoni della serie AM, Ab, Ac, Ad, ec. supposte linee sonore. Per formare la dimostrazione basta avvertire da una parte, che la corda AD dedotta da $\frac{1}{4}$ del diametro è eguale a $\frac{1}{2}$ del diametro, la dedotta da $\frac{1}{9}$ del diametro sarebbe eguale a $\frac{1}{3}$ del diametro, la dedotta da $\frac{1}{16}$ del diametro eguale a $\frac{1}{4}$ del diametro ec.; e dall'altra, che il suono del secondo peso è medio proporzionale tra i suoni del primo, e quarto peso, perché così è il numero 2 tra 1, 4; del terzo peso medio proporzionale tra i suoni del primo, e nono peso, perché così il numero 3 tra 1, 9 ec. Indi la dimostrazione de' suoni dedotti da' pesi 1, 2, 3, 4 ec. unisoni a' suoni di AM, Ab, Ac, Ad ec. Ciò premesso due cose sono dimostrativamente certe. La prima, che nel solo armonico sistema si trova la unica serie reale includente le due quantità di natura diversa, irrazionale, e razionale, credute sinora incompatibili nella stessa serie. La cosa è chiara, perché i suoni de' numeri quadrati de' pesi sono razionali: de' numeri intermedj 2, 3, irrazionali. Egualmente di AM 1, di Ad $\frac{1}{2}$ razionali: di Ab, Ac irrazionali. Ma e questi, e quelli sono in serie. Dunque ec. La seconda, che queste due serie eguali ne' suoni sono radicali armoniche. Egualmente è chiaro, perché Ab è $\sqrt{\frac{1}{2}}$, Ac [p. 53] $\sqrt{\frac{1}{3}}$, Ad $\sqrt{\frac{1}{4}}$; e i suoni rispettivi sono eguali a suoni di pesi 2, 3, 4; ec. Quanto da ciò ne risulta, si fa evidente. Dunque nell'armonico sistema fisico, e dimostrativo le frazioni espresse da A $\frac{1}{2}$, A $\frac{1}{3}$, A $\frac{1}{4}$ ec. sono in prodotto: le linee AM, Ab, Ac ec. sono in radice. Ma queste sono le corde del circolo. Dunque riportando il sistema armonico al circolo null'altro si fa, se non che riportarlo al suo primo principio radicale, in cui sono rinchiuse per serie le quantità irrazionali, e razionali, e in queste tutta la infinita serie delle frazioni, che nell'armonico sistema dipende realmente da questo principio: nulla a ciò ostando, che rispetto alla pratica musicale non si abbia uso alcuno delle quantità irrazionali; bensì importando sommamente che si sappia il principio radicale, e reale del sistema. Tralascio poi di avanzar la proposizione rispetto a' pesi, in forza de' quali è fisicamente, e dimostrativamente possibile la riduzione di una linea retta fisica elastica a linea fisica circolare per mezzo di corde sonore con certa legge adattate, e relative alle corde del circolo. Quanto ho detto, credo sufficiente alla spiegazione del sistema, e però torno da capo alla prima conseguenza.

Se il diametro si deve dividere armonicamente; se il diametro è capace di esser diviso in infinito dalla progressione armonica, e dell'infinito non vi è, né vi può essere scienza; dunque è forza dimostrare i confini della divisione, da' quali resta determinato il periodo, o sia compimento della divisione suddetta; e in conseguenza resta formato, e determinato il sistema armonico Musicale. Praticamente si conviene, che questo periodo, o compimento sia nella sestupla 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$; ed il Zarlino sopra il numero senario ha detto cose belle, e molte, ma nulla concludenti. In somma così in pratica si conviene, ma vi manca il più, ch'è la dimostrazione sino ad ora ignota. Questa in qualunque modo sia assegnabile, è certo, che dev'esser intrinsecamente dedotta dal principio fondamentale del sistema. Principio fondamentale del sistema fisico-armonico è la dupla *a priori.* Dunque dalla dupla, come principio fondamentale del sistema. Principio fondamentale del sistema fisico armonico è la dupla a priori. Dunque dalla dupla, come principio fondamentale si deve dedurre la suddetta dimostrazione. Di fatto è impossibile dedurla da altro principio, ed io sinceramente le confesso averlo inutilmente tentato per più anni: prova estrinseca bensì, ma nello stesso tempo evidente della verità, e coerenza del presente sistema. E però credo con ragione, che sino ad ora siasi ignorata la dimostrazione per questo appunto, che non essendovi se non un solo modo di assegnarla, e il modo dipendendo dalla cognizione intiera del sistema, ignoto il sistema, di necessità doveva rimanere ignoto il modo, e in conseguenza la dimostrazione. Sia dunque la seguente proposizione, in cui oltre ciò, che si propone a dimostrare, cade il luogo opportuno alla dimostrativa, e fisica indicazione del principio del terzo suono. [p. 54]

Proposizione Quinta. Figura VI.



Il diametro AM sia diviso armonicamente sino ad $\frac{1}{6}$. Sarà formata la sestupla armonica in 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$. Siano seni del circolo $\frac{1}{2}$B, $\frac{1}{3}$C, $\frac{1}{4}$D, $\frac{1}{5}$E, $\frac{1}{6}$F. Siano seni protratti $\frac{1}{2}$b, $\frac{1}{3}$c, $\frac{1}{4}$d, $\frac{1}{5}$e, $\frac{1}{6}$f. Saranno corde rispettive del circolo AB, AC, AD, AE, AF; saranno ipotenuse de' triangoli rispettivi dedotti dal quadrato, Ab, Ac, Ad, Ae, Af. In primo luogo siano ridotti i quadrati rispettivi de' seni, e seni protratti (dimostrati mezzi armonici, e aritmetici rispettivi) a categoria comune di numero, e di serie.

Supposto il diametro AM 120, sarà la seguente posizione in categoria comune di numero, e di serie.

Quadrati degli estremi	Quadrati de' mezzi armonici	aritmetici	Quadrati degli estremi	estremi eguali alla serie
2400	C$\frac{1}{3}$3200	3600$\frac{1}{3}$c	4800	1 a 2
1800	D$\frac{1}{4}$2700 seni	3600 ec.	5400	1 a 3
1440	E$\frac{1}{5}$2304	3600	5760	1 a 4
1200	F$\frac{1}{6}$2000	3600	6000	1 a 5

Si suppone dimostrato AB (sono rudimenti primi geometrici) mezzo proporzionale tra il diametro AM, e il semidiametro A $\frac{1}{2}$; e in conseguenza la somma de' quadrati degli estremi $\begin{array}{r}4800\\ \underline{2400}\\ 7200\end{array}$ $\begin{array}{r}5400\\ \underline{1800}\\ 7200\end{array}$ ec. sempre eguale al quadrato di AB 7200 per i triangoli rettangoli composti ne' due lati dalle radici de' quadrati degli estremi, e nella ipotenusa da Ab sempre costante, e comune di tutti i triangoli.

$$\begin{array}{l}\sqrt{2400}\text{ lato;}\\ \sqrt{4800}\text{ lato;}\end{array}\ \text{ipotenusa comune AB.}\quad \begin{array}{l}\sqrt{1800}\text{ lato;}\\ \sqrt{5400}\text{ lato;}\end{array}\ \text{ipotenusa comune AB ec.}$$

Si osservi, e si noti, che il principio *a priori* della sopra esposta serie è la progressione armonica, e le differenze sommate.

Progressione armonica	60		30		20		15		12		10
differenze		30		10		5		3		2	

Eccettuata la dupla 60, 30, come principio *a priori*, da cui fisicamente non si ha, né si può aver [p. 55]
terzo suono, resta (come già si è detto altrove) principio fisico attuale, concreto del terzo suono la ragione sesquialtera 30, 20. Ma nelle differenze il principio concreto è il primo termine 30, a cui sommato il secondo termine 10, sarà 40, a cui sommato il terzo termine 5, sarà 45, a cui sommato il quarto termine 3, sarà 48, a cui sommato il quinto termine 2, sarà 50. Sarà dunque la serie della progressione armonica (escluso il primo termine 60) alla serie delle differenze sommate, come la moltiplice 1 a 1, 1 a 2, 1 a 3, ec.

Perché così	30 a 30	come	1 a 1
	20 a 40		1 a 2
	15 a 45		1 a 3
	12 a 48		1 a 4
	10 a 50		1 a 5

e però come de' triangoli sopraddetti è ipotenusa comune AB $\surd$ di 7200; così de' triangoli dedotti da questa serie 20, 40; 15, 45, ec. sarà ipotenusa comune la radice di 60, ch'è la somma di $\begin{array}{c}20\\ \underline{40}\\ 60\end{array}$ $\begin{array}{c}15\\ \underline{45}\\ 60\end{array}$ ec. Indi ne verrà, che duplicata la serie 20, 40; 15, 45, ec. in 40, 80; 30, 90; 24, 96; 20, 100; moltiplicata per 60 nel modo seguente

			eguale				eguale
40		60	2400.	80		60	4800.
30	per	60	1800.	90	per	60	5400.
24		60	1440.	96		60	5760.
20		60	1200.	100		60	6000.

Dunque essendo eguale la serie delle ragioni 2400, 4800; 1800, 5400, ec. alla serie dedotta dalla progressione armonica, e dalle differenze sommate 20, 40; 15, 45, ec., e in conseguenza eguali le due ipotenuse rispettive, cioè $\sqrt{7200}$, e $\sqrt{60}$, resta dimostrata in AB la linea, sopra cui è fondata la progressione moltiplice de' seni protratti, come mezzi degli estremi formati la suddetta progressione. Di più resta dimostrato A B come ipotenusa comune de' triangoli composti ne' loro lati dalla serie armonica, e dalla serie delle differenze armoniche sommate. Già si sa comunemente esser queste affezioni, e proprietà inseparabili dalla divisione armonica del diametro; e in ciò nulla di nuovo. Ma sarà nuovo il progresso, e la conclusione. Perché dato da una parte nel circolo qualunque seno (purché razionale, e non in dupla col diametro) e a ragguaglio il seno protratto, la ragione includente i due mezzi formati da' due quadrati del seno, e del seno protratto si trova costante in infinito nel quadrato di AB, egualmente ipotenusa costante in infinito de' triangoli dedotti dalla stessa ragione includente i due mezzi; e in tanto ciò succede, in quanto AB è radice di $\frac{1}{2}$, e in quanto la ragione risultante da' due mezzi risulta [p. 56]
a priori dalla progressione armonica, e dalle differenze armoniche sommate. Dati dall'altra parte due suoni (qualunque ad arbitrio purché razionali, e non in dupla) si trova terzo suono costante in infinito il termine $\frac{1}{2}$, di cui è radice AB; e come il quadrato di AB è un risultato de' quadrati de' due lati formanti il triangolo rispettivo, così il terzo suono è un risultato fisico

sonoro de' due dati suoni; e come tutto ciò succede in AB in forza della progressione armonica, così tutto ciò succede nel terzo suono $\frac{1}{2}$ in forza della progressione armonica. Dunque il principio è comune, qualunque sia il modo fisico del terzo suono. Ma tutte le affezioni, e proprietà suddette risultano dimostrativamente in AB in forza della figura Circolare. Così nel terzo suono risultano fisicamente le stesse affezioni, e proprietà in forza della figura sferica inseparabile dal rispettivo volume d'aria mosso dalla corda sonora; e la sfera in solido è un circolo in piano. Dunque si conferma lo stesso principio, e la stesa cagione comune in solido, e in piano: qualunque sia in solido il modo fisico dell'effetto. Voglio dire, che nulla importando il modo fisico, con cui si produce questo terzo suono; ma solamente importando, che la cagione delle affezioni suddette in solido, e in piano sia la stessa, cioè la radice dell'armonica progressione; però concludo di avere scoperta, e stabilita in $\frac{1}{2}$ la identità della radice armonica in solido, e in piano: essendo assurdo, che della stessa identica progressione possano darsi due radici diverse, se ben sia diversa la categoria. Sia questo a buon conto il guadagno di tal conclusione (che non è poco) fatto nel progresso istituito principalmente per assegnare la dimostrazione del sistema fisico armonico, come determinato nella sua estensione integrale alla sestupla. A questa dimostrazione si vada ora incontro su la stessa figura VI, e con lo stesso progresso.

Proposizione Sesta. Figura VI.
[p. 41 di questo documento]

In secondo luogo da' seni $\frac{1}{2}$ B, $\frac{1}{2}$ C, $\frac{1}{2}$ D ec. dedotte le corde AB, AC, AD, ec., e da' seni protratti $\frac{1}{2}$ b, $\frac{1}{2}$ c, $\frac{1}{2}$ d, ec. dedotte le ipotenuse Ab, Ac, Ad, ec., siano dedotti rispettivamente i quadrati delle corde, e ipotenuse, e siano ridotti a categoria comune di quantità. Supposto il diametro AM 120, come sopra, saranno i quadrati [p. 57]

delle corde	AB 7200.	delle ipotenuse	Ab 7200.
	AC 4800.		Ac 5200.
	AD 3600.		Ad 4500.
	AE 2880.		Ae 4176.
	AF 2400.		Af 4000.

Eccettuati i due quadrati di AB 7200, di Ab 7200, com'eguali, si trova, che i due quadrati di AC 4800, di Ac 5200 sono come 12 a 13. Dunque duplicati in 24, 26, sono come il mezzo armonico 24, il mezzo contrarmonico 26 della sesquialtera geometrica discreta 20, $\overset{\text{arm.}}{24}$, 25, $\overset{\text{contrarm.}}{26}$, 30. I due quadrati di AD 3600, Ad 4500, come 4 a 5. Dunque duplicati in 8, 10, come il mezzo armonico 8, il contrarmonico 10 della dupla geometrica discreta 6, $\overset{|}{8}$, 9, $\overset{|}{10}$, 12. I due quadrati di AE 2880, Ae 4176, come 20 a 29. Dunque duplicati in 40, 58, come il mezzo armonico 40, contrarmonico 58 della ragione 2, 5, ridotta a proporzione geometrica discreta in 28, $\overset{|}{40}$, 49, $\overset{|}{58}$, 70. Finalmente i due quadrati di AF 2400, Af 4000, come 3 a 5. Dunque senza duplicarli sono eguali al mezzo armonico 3, contrarmonico 5 della tripla geometrica discreta 2, $\overset{|}{3}$, 4, $\overset{|}{5}$, 6. Aggiunti dunque gli estremi rispettivi a' suddetti quadrati, come mezzi, saranno

estremi	mezzi armonici	contrarmonici	estremi	ragioni degli estremi
4000	AC 4800	Ac 5200	6000 come	2 a 3
2700	AD 3600	Ad 4500	5400	2 a 4
2016	AE 2880	Ae 4176	5040	2 a 5
1600	AF 2400	Af 4000	4800	2 a 6

Dunque relativamente a' quadrati delle corde, che appartengono al circolo, e a' quadrati delle ipotenuse, che appartengono al quadrato, si trova il quadrato circoscritto di natura contrarmonica; si conferma il circolo iscritto di natura armonica. E ciò in genere. In specie poi gli estremi di questa posizione non convengono, né possono convenire nella somma, perché il calcolo è ridotto al mezzo contrarmonico. Ma ciò nulla ostando all'intento, sia la somma degli estremi

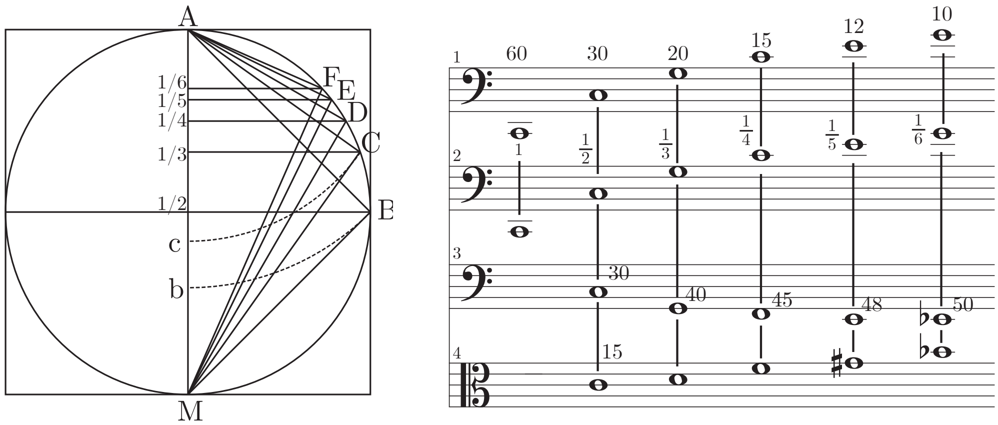
$$\begin{array}{rrrr} 4000 & 2700 & 2016 & 1600 \\ 6000 & 5400 & 5040 & 4800 \\ \hline 10000 & 8100 & 7056 & 6400 \end{array}.$$

La indicazione dimostrativa del principio composto di questa progressione formata dalle somme è AB, Ab, i di cui quadrati formano la somma di $\begin{array}{r} 7200 \\ 7200 \\ \hline 14400 \end{array}$. Perché le somme risultate hanno tutte radice quadrata; cioè 100 di 1000; 90 di 8100; 84 di 7056; 80 di 6400. Ma egualmente la [p. 58] somma 14400 ha radice quadrata, ch'è 120. Dunque la indicazione dimostrativa del principio composto di questa progressione è in AB, Ab, come quadrati. Ma il diametro AM è 120. Dunque il principio radicale della progressione radicale 100, 90, 84, 80 (tutte radici quadrate) è nel diametro AM, come 120. Dunque dal diametro A M sottratta la ragione sesquiquinta, ch'è tra 120, 100, la linea retta, che rimane 100, sarà ipotenusa del triangolo rettangolo continente ne' suoi due lati le radici della ragione 4000, 6000. Dal diametro AM sottratta la ragione sesquiterza, ch'è tra 120, 90, la linea, che rimane 90, sarà ipotenusa del triangolo continente ne' suoi due lati le radici della ragione 2700, 5400. Dal diametro AM sottratta la ragione super 3 parz. 7 ch'è tra 120, 84, la linea, che rimane 84, sarà ipotenusa del triangolo continente ne'suoi due lati le radici della ragione 2016, 5040. Finalmente dal diametro AM sottratta la ragione sesquialtera, ch'è tra 120, 80, la linea, che rimane 80, sarà ipotenusa del triangolo continente ne' suoi due lati le radici della ragione 1600, 4800. Dunque nel diametro AM diminuito per la serie delle suddette ragioni resta dimostrata la linea, sopra cui è fondata la seconda posizione dedotta da' mezzi armonici, e contrarmonici nella stessa categoria di quantità.

Ora si vuol vedere cosa significhi, e dimostri la serie radicale 120, 100, 90, 84, 80. La significazione, e dimostrazione è patente. Questa serie è dedotta dal diametro diviso nella sestupla armonica 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$; non più, che sarebbe sino a $\frac{1}{7}$; non meno, che sarebbe sino a $\frac{1}{5}$; e il diametro per necessità dimostrativa del calcolo è 120. In conseguenza 60 il semidiametro. Si riducano questi due termini in precisione, 120, 60, a proporzione geometrica discreta, in cui siano assegnati tutti affatto i mezzi contrarmonico, aritmetico, geometrico (rispettivo al presente sistema) e armonico. Altri non vi sono né possono esservi di prima posizione, e semplicità. Sarà dunque, $120,\ \overset{\text{contrar.}}{100},\ \overset{\text{aritm.}}{90},\ \overset{\text{geom.}}{84},\ \overset{\text{arm.}}{80},\ 60$: dupla geometrica discreta con tutti affatto i suoi mezzi. Dunque la serie radicale 120, 100, 90, 84, 80, è identica alla dupla geometrica discreta dedotta dallo stesso termine 120. Ma la dupla è già dimostrata principio universale del sistema armonico. I mezzi contrarmonico 100, aritmetico 90, geometrico 84, armonico 80, sono i centri rispettivi della dupla; e nell'assegnazione di tutti i mezzi, come centri, resta intieramente, e intrinsecamente consumata la ragion dupla a ragguaglio del diametro diviso sino alla sestupla armonica, cosicchè come al diametro 120 primo termine corrisponde 14400 prima somma, così al mezzo armonico 80 ultimo mezzo corrisponde 6400 ultima somma delle ragioni dedotte dalla sestupla armonica. Dunque nella sestupla resta dimostrato il periodo, o compimento della [p. 59] estensione integrale del sistema fisico armonico: non più, né meno; perché a ragguaglio è consumata integralmente, e intrisecamente la ragion dupla, che in genere è il principio universale del sistema armonico; e in specie, e precisione è radice quadrata della serie dedotta dalla sestupla armonica, e consumata nella sestupla armonica. Indi ne viene, che proseguendo la divisione del diametro in $\frac{1}{7}$, che immediatamente succede a $\frac{1}{6}$, e deducendo a ragguaglio la radice quadrata, il termine dedotto distrugge immediatamente il sistema consonante, e lo converte nel sistema geometrico continuo, che come si vedrà in questo Capitolo, è il sistema delle dissonanze, che vuol dire l'opposto al sistema consonante. Ecco la dimostrazione. Moltiplicando per 7 i termini 120, 100, 90, 84, 80, saranno 840, 700, 630, 588, 560, sarà 540 il dedotto da $\frac{1}{7}$, e l'aggiunto alla serie delle radici quadrate. Di tutta la serie essendo 840 il fondamento e come diametro, e come termine principale della ragion dupla, che corrisponde in armonia al Basso fondamentale, è certo che congiunto 840 a 700, si forma a sesquiquinta, e si determina la dupla 840, 420, a sistema aritmetico consonante aggiungendo il termine 560. Congiunto 840 a 630, si forma la sesquiterza, e si determina la dupla 840, 420, a sistema aritmetico consonante. Congiunto 840 a 588, si forma la super 3 parz. 7, e si determina la dupla a sistema geometrico consonante; s'intende sempre il geometrico del presente sistema, non mai il geometrico continuo. Congiunto 840 a 560, si forma la sesquialtera, e si determina la dupla a sistema armonico consonante. Ma congiunto 840 a 540, si forma una ragione geometrica continua composta di due sesquiquarte, o siano in pratica due terze maggiori, perché comparando la forma geometrica 16, 25, alla risultata 840, 540, che in numeri primi è 14, 9, la differenza è $\frac{225}{224}$, o sia di $\frac{1}{350}$, e però talmente minima rispetto all'armonico sistema, ch'è innegabile il risultato di due terze maggiori continue. Dunque presupponendo ciò, che sarà dimostrato nel presente Capitolo, ed è, che dalla geometrica proporzione continua, come da principio primo, proceda il sistema dissonante, resta dimostrato che il termine aggiunto 540 distrugge i due sistemi consonanti, armonico, aritmetico, e li converte nel sistema dissonante, ch'è il suo contrario. Dunque il compimento del sistema consonante è nel termine 560. Dunque è nella sestupla relativamente a quattro mezzi della dupla in genere, e al mezzo armonico in specie, e precisione. Dopo il fondamento dell'assegnata dimostrazione può servire d'indicazione dimostrativa di quanto si è stabilito il quadrato iscritto al circolo. Si troverà, che il seno dedotto da $\frac{1}{6}$ è incluso nel quadrato iscritto. Se si vuol dedurre da $\frac{1}{7}$ prose- [p. 60] guendo la divisione dalla sestupla alla sestupla, sarà escluso dal quadrato iscritto. Ma l'iscritto al circoscritto è in ragion dupla. Dunque rispetto alle due suddette figure la sestupla armonica è inclusa nella dupla: la settupla armonica esclusa. Servirà egualmente d'indicazione fisicamente dimostrativa dello stesso la corda di tre suoni, 1, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$. Se $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$, sono mezzi armonici (e lo sono), suppongono per necessità la sestupla: non potendo $\frac{1}{5}$ esser mezzo armonico, se non supposto $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$.

Se dunque la estensione integrale del sistema armonico è determinata dalla sestupla armonica, si dovrà contenere tutto il sistema musicale dentro la sestupla stessa. Così rigorosamente si è sinora proceduto, così devesi procedere sino alla fine. Sia dunque la figura settima, a cui sia congiunta la figura musicale.

Figura VII. Congiunta con gli esempi musicali, 1, 2, 3, 4.



In questa figura si espone primieramente la sestupla armonica nel diametro A M diviso per le frazioni in $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$: in numero AM 60, A $\frac{1}{2}$ 30, A $\frac{1}{3}$ 20, A $\frac{1}{4}$ 15, A $\frac{1}{5}$ 12, A $\frac{1}{6}$ 10. Dunque supposto il diametro AM come una linea sonora, i suoni relativi saranno identici a' suoni esposti nell'esempio musicale 1.

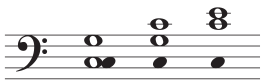
Secondariamente si espongono in categoria comune di quantità le ragioni formate da' quadrati del diametro AM, e delle corde AB, AC, AD, AE, AF. Egualmente si espongono le ragioni formate da' quadrati de' complementi MB, MC, MD, ME, MF; e le ragioni formate da' quadrati de' seni $\frac{1}{2}$ B, $\frac{1}{3}$ C, $\frac{1}{4}$ D, $\frac{1}{5}$ E, $\frac{1}{6}$ F. Sono i seguenti.

Quadrati di AM diametro, e delle corde	Quadrati de' complementi	Quadrati de' seni
AM 3600		
AB 1800	MB 1800	$\frac{1}{2}$B 900
AC 1200	MC 2400	$\frac{1}{3}$C 800
AD 900	MD 2700	$\frac{1}{4}$D 675
AE 720	ME 2880	$\frac{1}{5}$E 576
AF 600	MF 3000	$\frac{1}{6}$F 500

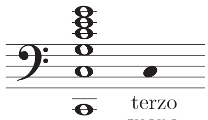
[p. 61]

Alle ragioni formate da' quadrati del diametro, e corde sono eguali le ragioni dell'esempio musicale 2 (sestupla armonica come sopra). Alle ragioni formate da' quadrati de' complementi sono eguali le ragioni dell'esempio musicale 3. Alle ragioni formate da' quadrati de' seni sono eguali le ragioni formate dall'esempio musicale 4. Come tutti i rispettivi quadrati sono in categoria comune di quantità, così gli esempi musicali corrispondenti sono a tutto rigore in categoria comune di note musicali; e però supposto Csolfaut nota gravissima di tutti gli esempi 3600, tutte le altre note corrispondono identicamente a' numeri qui soprassegnati a ragguaglio dell'esempio.

Ora deve esaminarsi questo esemplare in ciascuno degli esempi particolari. Il primo, e il secondo esempio è identico; e se ben null'altro contenga se non la sestupla armonica come estensione integrale del sistema, ciò non ostante molto vi è da esaminare, e stabilire in forza delle proprietà, e conseguenze di tal posizione. La proprietà fisica universale è il terzo suono inseparabile dal sistema, di cui è radice armonica. Sarà dunque Csolfaut 1800, ottava di Csolfaut gravissimo 3600, il terzo suono (in radice $\frac{1}{2}$) che risulterà dalle note musicali suddette intese non solo a due a due successivamente,



ma tutte prese insieme;



e non solo prese tutte insieme nell'ordine dimostrativo della progressione armonica, cosìcchè i termini componenti la sestupla armonica $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, debbano esser esposti tutti integralmente, e con l'ordine rigoroso della progressione armonica; ma prese ancora *lato modo*, o si espongano tutti i termini della sestupla integralmente, o qualunque parte ad arbitrio; o si espongano con l'ordine rigoroso della progressione, o con ordine diverso, purché il tutto si contenga nella sestupla armonica. La ragione è evidente, perch'è fisica. Se il terzo suono costante in $\frac{1}{2}$ è la radice fisico-armonica, e il terzo suono $\frac{1}{2}$ si ha egualmente dal tutto, e dalle parti della sestupla armonica in qualunque modo disposte, si dovrà per forza fisica intedere il sistema musicale nel modo esposto. Sarà vero bensì, che dalla sestupla integrale armonicamente disposta si avrà in risultato musicale l'ottimo effetto; e da qualunque parte disposta in proporzione armonica si avrà effetto migliore, che dalla stessa parte disposta in modo diverso. Anzi sarà il primo Canone pratico musicale; *che le parti cantanti, e suonanti si dispongano piucchè sia possibile in armonica proporzione tra loro.* Tutto ciò è vero per la ragione, che tale è la natura del sistema armonico [p. 62] nel suo principio costitutivo, qual principio tanto è più perfetto, quanto è più semplice, perch'è principio di unità, e questa unità integralmente è costituita dalla sestupla, intrinsecamente dall'armonica proporzione. Ma come qualunque parte della sestupla, e in qualunque modo disposta è non solamente parte integrale di tal unità, ma di più nel terzo suono ha la stessa radice fisico-armonica, che ha tal unità, ch'è il suo tutto; così deve stabilirsi, che nel modo suddetto si abbia a intendere il musicale sistema.

Da questa legge stabilita nasce per corollario il secondo Canone pratico musicale, che pare opposto alla legge. Ma non è vero, che anzi la conferma. Il Canone è questo. *Che nelle parti integrali della sestupla armonica* 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, *non si pongano insieme questi tre termini* 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, *benché contenuti nella sestupla.* La ragione ancor qui è evidente, perché fisica. Se il terzo suono è la radice fisica del sistema armonico, è fisicamente impossibile, che questi tre termini 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, possano convenire al sistema armonico, perché sono due duple. La dupla, come principio primo potenziale, non ha, né può avere radice fisica, e però non produce, né può produrre terzo suono. Dunque nelle due duple suddette non vi è, né può esservi se non il principio potenziale dell'armonia; non mai l'armonia attuale, e determinata. Saranno dunque possibili in tre termini le combinazioni 1, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$. $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ ec., perché da tutte si avrà l'armonia determinata. Sarà ripugnante la combinazione di 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, perché da questa non si ha se non il principio dell'armonia. Si aggiunga che dalla proporzione geometrica continua procedono a priori le dissonanze, come si vedrà tra poco; e i tre termini suddetti sono in proporzione geometrica continua. Dunque se ben sia impossibil cosa, che la ragion dupla dell'armonico sistema in qualunque modo possa diventar dissonanza attuale, nondimeno è chiara la discovenienza, quando si disponga nella stessa proporzione, da cui procedono le dissonanze attuali.

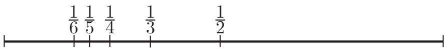
Dalle cose sinora stabilite nascono molte ricerche relative alla idea pratica del sistema musicale. La prima ricerca nasce dal modo, con cui qui s'intende la sestupla, definita estensione integrale del sistema armonico. È certo, che praticamente, e nelle composizioni musicali, e nella fisica estensione della musica vocale, e molto più della musica istrumentale si trascende di molto la sestupla rispetto a' confini di grave, e acuto. Perché la musica istrumentale (rispetto gli strumenti di uso comune) abbraccia cinque ottave almeno; la musica vocale (nello stato naturale delle voci umane di uomo, e donna) appresso a poco quattro ottave. E però praticamente i confini di grave, e acuto eccedono di molto la sestupla, che nella sua estensione integrale non [p. 63] contiene se non due ottave, e una quinta. Tutto ciò è vero, ma non osta al sistema. Il di più della sestupla stabilita, che praticamente si usa rispetto al grave, e molto più rispetto all'acuto, null'altro è sostanzialmente se non i termini della sestupla replicati per dupla, o sia ottava in grave, e in acuto. Per esempio l'ultimo termine della sestupla in acuto è $\frac{1}{6}$, ch'è Gsolreut ultima nota del primo, e secondo esempio musicale. Praticamente o in voce, o in suono si sentirà $\frac{1}{12}$, cioè la ottava acuta dello stesso Gsolreut. Sostanzialmente è $\frac{1}{6}$ di cui è dupla $\frac{1}{12}$; e così tutto a ragguaglio. Ma sarà fisicamente, e dimostrativamente impossibile poter aggiungere al sistema sestuplo o in grave, o in acuto un termine qualunque, che non sia dedotto per dupla da un termine integrante la sestupla. Da ciò nasce il terzo Canone musicale; ed è, *che la sestupla armonica estensione integrale del sistema, si può dilatare in grave, e in acuto moltiplicando per dupla i termini integranti la sestupla.*

La seconda ricerca nasce dal modo, in cui deve concepirsi il presente sistema; cioè un tutto concepito come unità integrale, e come unità prima, in cui non le parti compongono il tutto, ma questo si divide nelle sue parti. Né meglio può intendersi rispettivamente al sistema (si rileverà ad evidenza dentro questo Capitolo) che riflettendo sempre alla corda sonora tesa sul Monocordo, dalla di cui percussione si hanno i tre suoni 1, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$. Questa corda, ch'è il tutto, e la unità prima integrale, si divide armonicamente da per sé nelle sue parti $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$, che sono i due suoni di consenso oltre il suono gravissimo della corda intiera. E certo, che sinora non si è concepito in tal modo il sistema pratico musicale, anzi si è concepito al contrario. Perché si sono primieramente stabiliti gl'intervalli del sistema, cioè la ottava, la quinta, le due terze, maggiore, e minore, e le due seste, maggiore, e minore. Ommetto la quarta, perché veramente sopra questo intervallo vi è stata sempre varietà d'opinioni; chi l'ha voluto consonanza, chi dissonanza, ma di ciò a suo luogo. Questi intervalli si sono chiamati consonanze, ciascuno da sé; cioè la ottava (ch'è la dupla) consonanza perfetta; la quinta (ch'è la sesquialtera) consonanza perfetta; le due terze maggiore, e minore, le due seste maggiore, e minore (che sono la sesquiquarta, la sesquiquinta, la super 2 parz. 3, la super 3 parz. 5) ciascuna da sé consonanza imperfetta. E si sono chiamate, anzi definite consonanze, perché l'accordo, che vi è in ciascuna tra i due estremi grave, e acuto costituenti l'intervallo, produce un effetto grato all'udito. Secondariamente poi da queste consonanze si è composto per somma il tutto, ch'è la sestupla, in cui (come si è [p. 64] detto sopra) si conviene col presente sistema. Così praticamente si è inteso, e s'intende ancora in genere il sistema musicale. Dico in genere per distinguer dagli altri chiunque lo intende presentemente in modo diverso; ed ella ben sa, qual uomo, e quanto distinto dagli altri in questo particolare abbiamo qui in Padova nella persona del P. Vallotti nostro Maestro di Cappella. È dunque evidente la diversità, anzi opposizione di concetto. Ma stanti le cose sin qui dimostrate, e stabilite è altrettanto evidente qual sia il concetto falso, quale il vero; e in conseguenza da qual parte vi sia il bisogno di emenda, e correzione. Per altro è cosa strana, che dopo la scoperta del fenomeno della corda di tre suoni 1, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$ (non mai replicato abbastanza); scoperta di molti anni; scoperta di notizia universale; scoperta, in cui il fisico linguaggio è chiaro talmente, ch'è impossibile non intenderlo, un errore di tal fatta non sia universalmente emendato. Sia dunque emendato almeno tra noi fisicamente, e dimostrativamente convinti. E però s'intenda per sempre il sistema armonico musicale come prima unità in genere, e come un tutto determinato dalla sestupla, ch'è la sua integrale estensione; le di cui parti integranti sono $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, quali parti congiunti col tutto, e tra loro, formano per serie gl'intervalli 1, $\frac{1}{2}$, ch'è la ragion dupla, o sia ottava; $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, ch'è la sesquialtera, o sia quinta; $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, ch'è la sesquiterza, o sia quarta; $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, ch'è la sesquiquarta, o sia terza maggiore; $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, ch'è la sesquiquinta, o sia terza minore.

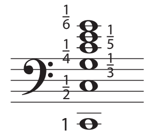
Se si ricerca di qual natura siano questi intervalli, si risponde, che sono della natura del tutto, di cui sono parti integranti. Se si ricerca di qual natura sia il tutto, si risponde, ch'è di natura armonica, cioè natura di unità; e però identica alla natura non mai ben concepita, perché non mai ben intesa di perfettissima consonanza. Acciò poi sia bene intesa, basta rifletter di nuovo (dopo le cose spiegate, e stabilite) a' fenomeni fisicoarmonici descritti nel Capitolo primo. Così s'intenderà esser identica la natura consonante musicale alla natura armonica determinata dal dimostrato sestuplo confine. E qui verrebbe opportuna una curiosissima, e significantissima dimostrazione, che consiste nel provar dimostrativamente, che siccome la progressione armonica dentro il circolo arriva alla sestupla, oltre di cui non vi è progressione; così la regressione armonica verso il principio primo dentro lo stesso circolo arriva alla sestupla, oltre di cui non vi è regressione. E però dalla sestupla si trova confinato, e determinato il circolo in tal modo, che [p. 65] il circolo forma circolo in se stesso, e torna da capo. Ma non torna contro il divagar troppo, e basta al bisogno quanto si è già dimostrato per correggere la idea delle consonanze concepite sinora (come si è detto sopra) ciascuna da sè, come elemento primo, e indipendente dall'altro; e tutte assieme componenti la sestupla per somma. Tanto è falsa questa idea, quanto che vedremo tra poco, che qualunque intervallo, o sia la stessa dupla sebben principio potenziale, o sia la sesquialtera sebben principio attuale del sistema, quando si consideri per sè, e come indipendente dal sistema sestuplo armonico, può esser egualmente consonanza, e dissonanza musicale. È chiaro, perché la dupla, appunto come principio *a priori*, nel suo centro formato da' mezzi contrarmonico, aritmetico, geometrico, armonico (dimostrato nella sesta proposizione) contiene le radici quadrate della sestupla estensione. E però è dimostrativamente impossibile la separazione di questi due concetti, dupla integrale (cioè dupla geometrica discreta con tutti i suoi mezzi), e sestupla integrale (cioè sistema sestuplo armonico) perché realmente formano circolo tra loro. Quando dunque si voglia considerare la dupla da sé, e indipendente dal sestuplo sistema, è certo, che tal dupla non è quella del presente sistema, e però non è, né può esser principio primo. Se non è la dupla del sistema, può esser egualmente consonanza, e principio di dissonanza musicale nel senso sopra esposto di 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$: a ragguaglio, e molto più tutti gli altri intervalli sopraccennati. Da questo primo errore è nato necessariamente il secondo, ed è, che nella pratica musicale comune s'intende, che qualunque consonanza sia costituita da due soli termini, grave, e acuto, e nulla più. L'errore è patente. Non vi è, né vi può esser consonanza, se non vi sia proporzione armonica. Non vi è, né vi può esser proporzione armonica, se non vi siano tre termini, il mezzo, e i due estremi. E nel dimostrato presente sistema non vi può esser proporzione armonica, se non relativa alla integrale sestupla estensione. È dunque notabile la differenza del modo di intendere le consonanze musicali, perché vi è la differenza da due termini a sei. Altro è, che due termini (qualunque) del sestuplo sistema si intendano consonanti, perché sono parti integranti del sistema: altro è, che due dati termini per sé, e senz'alcuna relazione s'intendano formanti una consonanza. Il primo concetto è vero, il secondo falso; ed è un corollario di quanto si è dimostrato, e stabilito. Da questo corollario nasce il quarto Canone musicale, ed è, *che gl'intervalli di ottava, quinta, quarta, terza maggiore, e terza minore, come parti integranti del sestuplo armonico sistema, ch'è la perfettissima consonanza integrale, sono tutti consonanti, perché sono della natura del suo tutto, o sia della sua unità integrale, ch'è la sestupla armonica.*

La terza ricerca nasce dalla musica universalmente praticata. La nostra musica pratica abbraccia due generi diversi di armonia: quello, che si chiama di terza maggiore, e nasce dalla [p. 66] divisione armonica della corda sonora in parti ineguali $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$; e quello, che si chiama di terza minore, e nasce dalla divisione aritmetica della stessa corda in parti eguali 1, 2, 3, 4, 5, 6.

divisione armonica

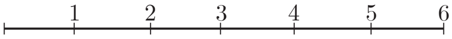


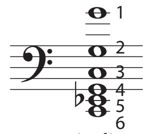
in note musicali



armonia di terza maggiore

divisione aritmetica





armonia di terza minore

È certo, che tutto il sinora stabilito appartiene unicamente al genere di armonia di terza maggiore, che si vuol dire alla divisione armonica; in niun modo al genere di armonia di terza minore, che vuol dire alla decisione aritmetica. E benché si confessi, che l'armonia di terza minore, come dedotta dalla divisione aritmetica, sia quasi presa in prestito dalla scienza Aritmetica; e si confessi, che il sistema armonico (ch'è l'armonia di terza maggiore) sia per natura l'unico, e per eccellenza il primo, nulladimeno vi è il debito in chi si propone di formare un sistema universale di abbracciare i due generi diversi del sistema, e ridurli ad un genere solo, che sia l'universale. Altrimenti nello stesso sistema vi saranno due principj diversi, il che è assurdo, e si oppone alla vera idea di sistema.

La ricerca è non solo ragionevole, ma necessaria. Perché di fatto la nostra musica è fondata egualmente sopra i due suddetti generi d'armonia; e di fatto nulla sin qui si è detto del genere di armonia di terza minore. Intanto da questa ricerca si prenda quello si può. Si conviene tra noi, che tanto il genere di armonia di terza maggiore, quanto il genere di armonia di terza minore si estenda sino alla sestupla, e nulla più. Convengo con la musica pratica in questa proposizione, perché in breve la proposizione sarà dimostrata. Si confessa, che il sistema armonico (ch'è il genere di armonia di terza maggiore) sia per natura l'unico, per eccellenza, e perfezione il primo; e il sistema aritmetico (ch'è il genere di armonia di terza minore) sia straniero, accidentale [p. 67] riguardo alla musica, come mendicato da una scienza diversa, ch'è l'Aritmetica; e tanto per sé, quanto comparato all'armonico sia imperfetto, e mancante. Questo sinora è stato il sentimento comune, a cui nulla affatto aggiungo del mio.

Delle due parti di questa proposizione accordo assolutamente la prima, che il genere di armonia di terza maggiore sia per natura l'unico, e il perfettissimo, perché questo è il voluto principalmente dalla natura, che così si spiega e nella corda di tre suoni 1, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$: armonia di terza maggiore; e nel pedale degli Organi, dove molti suoni tra loro diversi, perché armonicamente disposti (e però armonia di terza maggiore) formano un solo suono; e principalmente nel terzo suono, quale dimostrativamente è l'unico, e vero Basso, o sia fondamento delle date parti armonicamente disposte; e però sempre Basso, e fondamento di armonia di terza maggiore. Questa proposizione in riguardo al terzo suono è talmente, e sì strettamente vera, che se fosse possibile la invenzione di quel tale strumento, che o suonato da sé, come il violino capace di due suoni equitemporanei, o suonato col suo eguale, come l'Oboè incapace di due suoni equitemporanei, producesse il terzo suono di forza tale, ch'eguagliasse la forza del suono naturale dello strumento, sopra tale strumento sarebbe impossibile la esecuzione della musica dedotta dalla divisione aritmetica, cioè praticamente musica composta per terza minore. La prova è già fatta con due Oboè, ed un Violino.

L'armonia musicale di terza minore era

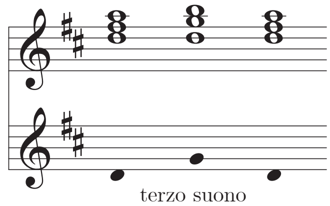
I terzi suoni risultanti, che chiaramente si distinguevano, sono;

perché di

di

S'immagini chiunque ha senso ragionevole di musica qual orrido effetto producano tali Bassi, o siano fondamenti posti a confronto di tali parti. Di fatto così fu rilevato da quanti intervennero alla prova, ch'erano otto Professori di musica. Per lo contrario nello stesso atto, e tempo della [p. 68]
prova, ridotte le stesse note musicali a terza maggiore in

e risultando l'unico terzo suono

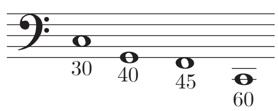


S'immagini chiunque l'ottimo effetto prodotto da tale armonia, in cui il Basso dimostrativo armonico è il risultato fisico terzo suono. Così di fatto seguì per comune giudicio, e consenso de' suddetti Professori. Così seguirà in perpetuo appresso chiunque, benché di gran lunga in sì fatta prova i terzi suoni risultanti non eguaglino di forza i suoni naturali. In tal rispetto accordo la seconda parte della proposizione, che l'armonia di terza minore comparata all'armonia di terza maggiore sia imperfetta, e mancante di molto. E per lo contrario l'armonia di terza maggiore si la perfettissima, e la immediatamente, e principalmente voluta dalla natura in sì fatto modo, che per eccellenza s'intenda, e si chiami giustamente in genere l'armonia musicale. Quanto poi a quella parte della seconda proposizione, in cui secondo il modo comune d'intendere si è detto, che l'armonia di terza minore si è presa in prestito dalla scienza Aritmetica, e sia quasi straniera, e accidentale alla musica, ciò nego assolutamente; e per lo contrario dico, che il sistema dell'armonia di terza minore non solo inseparabile dal sistema dell'armonia di terza maggiore, ma anzi è lo stesso identico sistema, che per sé, e indipendentemente da qualunque principio diverso include i due generi di armonia. Lo dimostro.

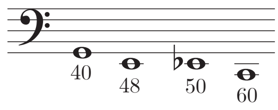
Proposizione settima. Figura VII congiunta con gli esempi musicali.

[p. 46 di questo documento]

Data la sestupla armonica in AM diametro 60, sarà A $\frac{1}{2}$ 30, A $\frac{1}{3}$ 20, A $\frac{1}{4}$ 15, A $\frac{1}{5}$ 12, A $\frac{1}{6}$ 10. Saranno gli avanzi, o siano complementi del diametro, $\frac{1}{2}$ M 30, $\frac{1}{3}$ M 40, $\frac{1}{4}$ M 45, $\frac{1}{5}$ M 48, $\frac{1}{6}$ M 50, quali supposti linee sonore, saranno i suoni rispettivi in note musicali gli assegnati nell'esempio musicale 3. Data la dupla geometrica discreta in note musicali fondata sopra Csolfaut 60, che [p. 69]
corrisponde al diametro AM 60 supposto linea sonora, sarà.

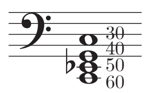


Data la sesquialtera geometrica discreta in note musicali fondata sopra lo stesso Csolfaut come diametro 60, sarà.

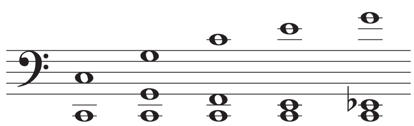


Dunque eccettuata nell'esempio 3 musicale la prima nota Csofaut 30, in cui la serie superiore armonica forma unità con la serie inferiore de' complementi, la seconda nota Gsolreut 40, e la terza nota Ffaut 45 sono identiche a'due mezzi, armonico 40, aritmetico 45 della soprassegnata dupla geometrica discreta. Egualmente la quarta nota Elami 48, e la quinta ultima nota 50 sono identiche a' due mezzi, armonico 48, aritmetico 50 della soprassegnata sesquialtera geometrica discreta. Ma le tre note 30, 40, 45 dell'esempio musicale 3 sono complementi delle tre note 30, 20, 15 dell'esempio musicale 1, perché così sono nel diametro AM. Egualmente le due ultime note 48, 50 dell'esempio musicale 3 sono complementi delle due ultime note 12, 10 dell'esempio musicale 1, perché così sono nel diametro; e nell'esempio musicale 1 gli estremi di 30, 20, 15 sono in dupla, gli estremi 15, 12, 10 sono in sesquialtera. Dunque resta dimostrato, che nell'esempio musicale 3 le due note 40, 45 sono i due mezzi armonico, e aritmetico della dupla; le due note musicali 48, 50, sono i due mezzi armonico, e aritmetico della sesquialtera, perché sono gli avanzi, o sia complementi rispettivi delle suddette ragioni. Ma il sistema aritmetico di armonia di terza minore è fondato su la divisione aritmetica della sesquialtera, o sia praticamente quinta; e la ultima nota Elafa 50 dell'esempio musicale 3 è dimostrata divisione aritmetica della sesquialtera, o sia quinta. Dunque il sistema aritmetico di armonia di terza minore è fondato sopra la ultima nota dell'esempio musicale 3, qual nota corrisponde nel diametro alla linea $\frac{1}{5}$ M. Ma questa ha il suo principio nel sistema superiore sestuplo armonico, di cui relativamente è complemento. Dunque il sistema aritmetico (ch'è l'armonia di terza minore) non solo è inseparabile dal sistema armonico (ch'è l'armonia di terza maggiore); ma anzi è lo stesso identico sistema, che per sé, e indipendentemente da qualunque altro principio include i due generi di armonia; ch'è quanto si doveva dimostrare.

Riducendo la dimostrazione a pratica musicale, sarà l'armonia intiera di Elafa 50, ultima nota dell'esempio 3.



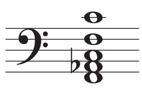
Il Csolfaut acuto 30, che forma ottava col Csolfaut grave 60, si suppone per sistema, come per sistema si suppone la dupla principio primo a priori, perché dimostrata. Il rimanente delle note [p. 70]
musicali è la quinta col mezzo aritmetico qui sopra dimostrato. Ma acciò meglio s'intenda tutto ciò praticamente si supponga Csolfaut 60 (che nella figura è il diametro) Basso fondamentale di tutta l'armonia, come lo è in fatto; e si supponga Basso costante, come tasto fermo, a confronto di tutte le note musicali dell'esempio 1, e dell'esempio 3, dedotte dalla figura. Sarà.



Si trova, che come sopra il terzo Csolfaut costante vi sono a confronto le due note Ffaut, Csolfaut, e però Ffaut divisore aritmetico della ottava Csolfaut, csolfaut (nulla importando che csolfaut acuto sia più alto un' ottava); così sopra il quinto Csolfaut costante vi sono a confronto le due note Elafa, Gsolreut, e però Elafa divisore aritmetico della quinta Csolfaut, Gsolreut, (nulla importando, che Gsolreut sia una quadrupla più alto). Ecco adunque ad evidenza la formazione del sistema dell'armonia di terza minore in Elafa ultima nota dell'esempio musicale 3.

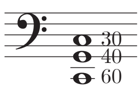
Qui ella si degni osservar meco in qual modo regga, e qual sistema produca il terzo suono, che certamente non ha luogo nell'armonia di terza minore, anzi vi si oppone. Siano poste a confronto di Csolfaut, come Basso costante, e tasto fermo, le note dell'esempio musicale 3 trasportate in acuto nel Violino per dedurre più sensibilmente i rispettivi terzi suoni; e per compimento della osservazione si aggiunga la ultima nota chiusa, dedotta dalla divisione del diametro oltre la sestupla in $\frac{1}{7}$, cosicchè l'avanzo, o sia complemento sia $\frac{6}{7}$. Saranno

In questa osservazione è certo, che ciascuna nota musicale de' terzi suoni per sé è radice fisicoarmonica delle due note soprapposte; e in tal senso tutto è armonico, e tutto appartiene all'armonia di terza maggiore. Ma è certo altrettanto di certezza dimostrativa, che il progresso de' terzi suoni è aritmetico; e che poste in armonia equitemporanea le cinque note de' terzi suoni, formano in precisione il sistema aritmetico, cioè l'armonia di terza minore. [p. 71]

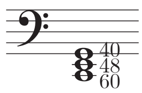


Sia poi, o non sia aggiunta la ultima nota chiusa, resta sempre vero il sistema, perché date le quattro note superiori de' terzi suoni in armonia equitemporanea, vi s'intende la quinta inferiore, ch'è il Basso fondamentale. La osservazione è curiosa, e interessante, perch'è fisica. La sua indicazione è la tripla geometrica discreta 6, 5, 4, 3, 2.

Si degni egualmente osservare, che le note seconda, e quarta dall'esempio musicale 3 sono complementi delle note terza, e quinta dell'esempio musicale 1; e sono tra loro nella stessa musicale denominazione, Gsolreut, gsolreut ottava; Elami, elami quadrupla. Le due note dell'esempio 1 sono identicamente $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$ della corda, perché come 60 (ch'è tutta la corda) 20, 12; così 1, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$. E i complementi rispettivi, che sono le due note dell'esempio 3, sono due mezzi armonici, Gsolreut 40 della dupla;

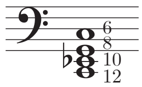


Elami 48 della sesquialtera.



In conseguenza resta confermato quanto si è indicato altrove, che la corda di tre suoni 1, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$ è relativa al sestuplo armonico sistema, ed è di natura circolare.

Riducendo ora a' suoi principj il sistema universale, si trova, che tutto si riduce alla ragion dupla intesa in due rispetti. Nel primo rispetto è come indivisibile, e di potenza armonica. È chiaro nelle prime due note dell'esempio musicale 1, ed è lo stesso, che diametro, e semidiametro. Nel secondo rispetto è come divisibile armonicamente ed aritmeticamente ne' complementi della progressione armonica, e come regressiva al suo principio primo per moto circolare. È chiaro nelle note dell'esempio 3, quali si partono dalla seconda nota della dupla, cioè da Csolfaut 30, in cui formano unità con la progressione armonica dell'esempio 1; e ritornano verso il suo principio primo Csolfaut 60, passando per li mezzi rispettivi armonico, e aritmetico della dupla, e sesquialtera, e fermandosi come in compimento, e periodo di sistema nella nota Elafa 50, quale identicamente corrisponde al mezzo contrarmonico della dupla geometrica discreta 6, 8, 9, 10, 12. E con ciò resta di nuovo dimostrato quanto si è stabilito nel principio, cioè che la ragion dupla è principio potenziale, la ragion sesquialtera principio attuale del sistema armonico. Perché se dalla dupla geometrica discreta 6, 8, 9, 10, 12, si sottri il mezzo aritmetico 9, resta 6, 8, 10, 12: in note musicali.



Dunque in precisione il sistema dell'armonia di terza minore. Ma 10 è il mezzo aritmetico della sesquialtera 8, 12; in 10 s'incontra l'ultimo termine sestuplo; e resta escluso il mezzo aritmetico 9 della dupla 6, 12. Dunque la dupla in potenza si è concretata nella sesquialtera in atto; e in [p. 72] questa s'incontra, e si compie la determinazione de' due sistemi di armonia di terza maggiore, e di armonia di terza minore. Ella avrà curiosità di sapere in qual modo si debba concepire consonante il genere di armonia di terza minore, giacché è impossibile, che si possa concepire nel modo del genere di armonia di terza maggiore; perch'è impossibile, che il terzo suono radice costante in infinito dell'armonico sistema, sia egualmente radice del sistema aritmetico, quando già ho fatto vedere qual confusione anzi ne verrebbe, se nell'armonia di terza minore fossero sensibili abbastanza i terzi suoni risultanti da tale armonia. Io la prego di sospendere per un poco la sua giusta curiosità, finché mi si apra il luogo opportuno.

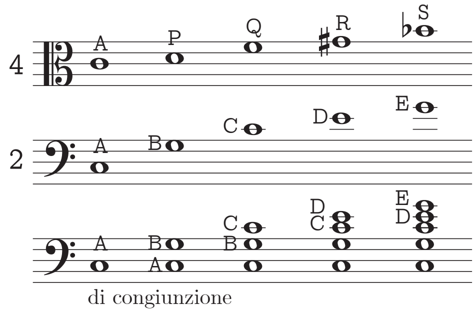
Rimane ad esaminare l'esempio musicale 4 dedotto dalle ragioni formate da' quadrati de' seni. E certo, che il pratico sistema musicale è costituito non solo dalli due generi di armonia di terza maggiore, e di terza minore: ma di più da un terzo genere, che praticamente si chiama di dissonanza a confronto de' due generi suddetti, che si chiamano di consonanze. Questo genere di dissonanze risulta da una congiunzione equitemporanea di voci, o suoni disposti in tali ragioni, o siano intervalli, che non convengono né col sistema armonico di terza maggiore, né con l'aritmetico di terza minore. Anzi in questo genere benché la pratica musicale accerti nell'effetto, perché forma giudice l'udito, e il senso comune, non accerta però nella cagione. Ciò non fa meraviglia, perché se non si è saputo sinora il principio intrinseco delle consonanze, molto meno si poteva sapere il principio intrinseco delle dissonanze, che sono intese per il loro contrario. Di fatto come praticamente si sono definite sinora le consonanze dall'effetto, cioè un accordo di voci, o suoni grato all'udito; così per lo contrario si sono definite le dissonanze un accordo ingrato all'udito. Per altro questo terzo genere praticamente non s'intende essenziale alla musica, come s'intendono gli altri due, ma solamente accidentale; cosicché quando si voglia, si possa far a meno del di lui uso. Vuol dire in sostanza, che non è possibile una composizione musicale senza consonanze; è possibile una composizione musicale senza dissonanze. Queste dissonanze poi si sono intese, e s'intendono praticamente nel modo stesso, in cui si sono intese le consonanze; cioè intervalli, o siano distanze composte di due termini, che corrispondono a due voci, o due suoni in relazione di grave, e acuto. Come si sono chiamati, e definiti consonanze gl'intervalli di ottava, quinta ec., così si sono chiamati, e definiti dissonanze gl'intervalli di nona, settima ec. E come la pratica accerta il numero preciso degl'intervalli consonanti nella ottava, quinta, due terze, maggiore, e minore, e seste, minore, e maggiore (sopra la quarta essendovi varietà di opinioni); così accerta egualmente il numero degl'intervalli dissonanti nella seconda, quarta, sesta, settima, e nona. Così s'intende in comune senza far torto a chi intende altrimenti in particolare. Inoltre per il maneggio delle dissonanze vi è una regola pratica a parte, [p. 73] quale prescrive, che la nota dissonante debba apparecchiarsi con una nota anteriore consonante, e unisona alla nota dissonante, che immediatamente succede. Indi la nota dissonante debba risolversi in una nota posteriore consonante, che discenda sempre o per tuono, o per semituono. Questa è la teoria, e la pratica del terzo genere di dissonanza, necessariamente premessa innanzi la dimostrazione, e spiegazione dell'esempio musicale 4. Qualunque sia, seguo al solito il mio metodo rigoroso di lasciarmi condurre dalla dimostrazione, e dal fatto. Dico però, che i seni, come geometrici, sono le radici del sistema dissonante, e sono inseparabili dal sistema universale. Lo dimostro.

Figura VII. Esempi musicali 2, 3, 4.

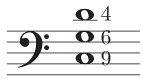
[p. 46 di questo documento]

Per ridurre a categoria comune le posizioni, ommesso l'esempio 1, si prendano gli esempi musicali 2, 3, 4 dedotti dalle ragioni formate da' quadrati del diametro AM, e delle corde AB, AC, AD ec. da cui si è dedotto l'esempio 2; da' quadrati delle suttese MB, MC, MD, ec., da cui si è dedotto l'esempio 3; da' quadrati de' seni $\frac{1}{2}$ B, $\frac{1}{3}$ C, $\frac{1}{4}$ D, ec., da cui si è dedotto l'esempio 4. E però come corde, suttese, e seni sono in categoria comune di quadrati, così le note musicali degli esempi suddetti sono in categoria comune di ragioni. Per formar la idea di questo rapporto si dica. La prima nota Csolfaut dell'esempio musicale 4 è in ragion dupla con la seconda nota dell'esempio musicale 2. Così il quadrato del seno $\frac{1}{2}$ B è in ragion dupla col quadrato della corda AB. La seconda nota Dlasolre dell'esempio 4 è in sesquialtera con la terza nota dell'esempio 2. Così il quadrato del seno $\frac{1}{3}$ C è in sesquialtera col quadrato della corda AC ec.

Ciò premesso si ponga a confronto musicale l'esempio 4 dedotto da' seni coll'esempio 2 dedotto dalle corde; e vi si sottoponga congiunto in armonia equitemporanea il sistema armonico a ragguaglio della sua spiegazione successiva nell'esempio 2: ricordandosi per le cose dimostrate, che tal congiunzione non è di arbitrio, ma di essenza fisica, e dimostrativa del sistema armonico, quale a ragguaglio della sua spiegazione si va [p. 74] congiungendo sino alla sestupla in unità integrale di armonia. Saranno

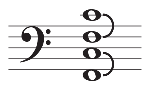


In questo confronto si vede, che mentre negli esempi di note successive 4, 2, si trova la sesquialtera tra B dell'esempio 2, e P dell'esempio 4 (in pratica la quinta tra Gsolreut, Dlasolre), a ragguaglio di confronto nell'esempio sottoposto di congiunzione si trova un'altra sesquialtera nelle due note congiunte A B (quinta tra Csolfaut, Gsolreut). Dunque in tal confronto si trova la geometrica proporzione, perché si trova la sesquialtera continua, come 9, 6, 4; in note musicali.

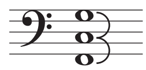


Ma la sesquialtera sottoposta AB è la naturale del sistema armonico; e la sovrapposta B vien determinata da P, che corrisponde al quadrato del seno $\frac{1}{3}$ C. Dunque in radice dal seno $\frac{1}{3}$ C è determinata la sesquialtera geometrica proporzione. Ma la natura di quantità geometrica è sostanzialmente opposta alle due nature di quantità, armonica, aritmetica; perché dove queste hanno per principio primo la unità, sebben in diverso rispetto, quella ha per principio primo la dualità, come si è dimostrato nella formazione de' seni. Egualmente la progressione geometrica è sostanzialmente opposta alle due progressioni, armonica, aritmetica, perché dove queste sono fondate sopra la infinita serie delle ragioni sempre diverse, quella è fondata sopra la infinita serie della stessa ragione moltiplicata. Dunque se le due proporzioni, armonica, aritmetica sono consonanti, la proporzione geometrica in forza de' contrarj sarà dissonante. Ma l'esempio musicale 4 è dedotto da' seni, e questi sono inseparabili dalle corde, da cui si è dedotto l'esempio 2. Dunque il sistema dissonante è inseparabile dal sistema universale, il che si doveva dimostrare.

Da questa dimostrazione nasce il quinto Canone musicale, ed è; *che in genere qualunque accordo musicale sarà dissonante, se vi saranno nell'accordo due intervalli simili di specie diversa eccettuata* (più per uso, che per ragione) *la ottava.* Per esempio due quinte, due quarte, due terze maggiori ec. non già intese in ottava tra loro come:



perché le due quinte non sono di specie diversa: è la stessa quinta replicata in ottava, ma intese nel modo seguente,

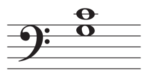


dove i due intervalli bensì sono simili, perché tanto il grave, quanto l'acuto è intervallo di quinta; ma son di specie diversa, perché il grave ha la sua base in Ffaut, e l'acuto in Csolfaut. Di più [p. 75] perché il canone sia vero, non è di necessità, che i due intervalli si congiungano tra loro in un mezzo comune, cosicchè la sesquialtera, o sia quinta, sia geometrica continua. Il Canone resta vero, sebben la proporzione sia geometrica discreta, e in generale qualunque volta sia duplicato nel modo suddetto qualunque intervallo componente l'accordo musicale.

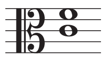
Nasce in ispecie il sesto Canone musicale, ed è, *che de' due intervalli simili di specie diversa sarà il consonante quello, che intrisecamente appartiene al sistema armonico, o aritmetico. Sarà il dissonante quello, che in niun modo appartiene, né può appartenere, a' due suddetti sistemi.* Si spiegherà tra poco.

Dimostrato, e stabilito il principio del sistema dissonante in P dell'esempio 4, relativo al quadrato del seno $\frac{1}{3}$ C, per conseguenza il progresso dissonante sarà in Q, R, S, relativi a' quadrati de' seni contenuti nella sestupla. Di fatto C dell'esempio 2, Q dell'esempio 4 sono tra loro in sesquiterza, o sia quarta. A confronto nell'esempio di congiunzione si trova un'altra sesquiterza di specie diversa in BC, e questa è la sesquiterza naturale del sistema armonico. Dunque la superiore, o sia acuta è la dissonante. Egualmente tra D dell'esempio 2, R dell'esempio 4 vi è la sesquiquarta, o sia terza maggiore. A confronto nell'esempio di congiunzione si trova un'altra sesquiquarta di specie diversa in C D, e questa è la sesquiquarta naturale del sistema armonico. Dunque la superiore è la dissonante. Finalmente tra E dell'esempio 2, S dell'esempio 4 vi è la sesquiquinta, ossia terza minore. A confronto nell'esempio di congiunzione si trova un'altra sesquiquinta di specia diversa in D E, ed è la naturale del sistema armonico. Dunque la superiore è la dissonante. E qui compita la sestupla è compito il sistema.

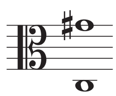
Resta a vedere qual distanza formi ciascuno di questi estremi acuti P, Q, R, S, a confronto dell'estremo armonico grave Csolfaut A, che in precisione è il terzo suono, e però radice, base, e in somma Basso fondamentale di tutta l'armonia. Comparato P dell'esempio 4 a Csolfaut A dell'esempio di congiunzione, la distanza è di nona. Dunque realmente la nona è dissonanza, perché composta di due quinte di specie diversa. Comparato Q allo stesso Csolfaut, la distanza è di undecima. Dunque realmente la undecima è dissonanza, perché composta di due quarte. A questa dissonanza di undecima corrisponde identicamente in pratica la dissonanza chiamata quarta, perché in pratica si è presa la distanza degli estremi non da Csolfaut A dell'esempio di congiunzione, ma da Csolfaut C dell'esempio 2, che veramente è in distanza di quarta da Ffaut Q dell'esempio 4. Da ciò è nato in precisione l'equivoco, e la confusione sopra la quarta, di cui sinora si disputa, se sia consonanza, o dissonanza. La quarta grave, cioè C dell'esempio 2, B dell'esempio di congiunzione [p. 76]



è consonante, perch'è la quarta naturale del sistema sestuplo armonico. La quarta acuta, cioè Q dell'esempio 4, C dell'esempio 2

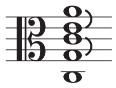


è dissonante, perché non appartiene, né può appartenere al sistema armonico, e congiunta con la quarta grave forma la sesquiterza geometrica continua. Non essendosi ben distinte secondo la loro natura le due quarte, e non essendosi comparati secondo la loro natura i due estremi, è nato l'equivoco, e confusione suddetta. Se poi in pratica riesce più comoda (com'è in fatto) la segnatura di 4, che di 11 ne' numeri, che si pongono al Basso organico, si continui pure senza scrupolo alcuno, purchè s'intenda nel modo suddetto. La dilucidazione era necessaria. Comparato R dell'esempio 4 allo stesso Csolfaut A, la distanza è di duodecima eccedente, o sia (come praticamente si chiama) superflua: in note musicali.



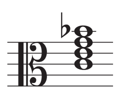
Dunque la duodecima superflua realmente è dissonanza, perché composta di due terze maggiori; la grave naturale del sistema armonico in CD dell'esempio di congiunzione; l'acuta non appartenente al sistema armonico tra D dell'esempio 2, R dell'esempio 4: in note musicali.

Di questa dissonanza non vi è, né vi è stata mai idea pratica, e diventa affatto nuova nel musicale sistema. Vi è bensì la dissonanza, che in pratica si chiama sesta (ma rigorosamente è terzadecima, come si vedrà a suo luogo), quale di primo aspetto pare analoga alla qui soprassegnata. Ma non è vero; è intrinsecamente diversa. Perché la dissonanza chiamata praticamente di sesta essendo realmente una terzadecima (essendovi in questa lo stesso equivoco, che si è scoperto nella quarta in ragguaglio alla vera distanza), che vuol dire in sistema musicale di confronto,

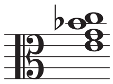
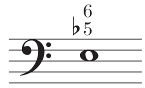


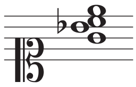
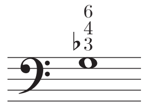
non ha che fare con la duodecima superflua né per natura, né per denominazione di lettera musicale. Non per natura, perché la duodecima superflua è fondata per natura sopra una terza maggiore a confronto di un'altra terza maggiore, ch'è la naturale del sistema armonico, e la terza decima è intrinsecamente fondata sopra la quarta acuta Alamire, Elami, a confronto della quarta grave Csolfaut, Gsolreut, ch'è la naturale del sistema armonico. Non per denominazione di lettera musicale, perché la nota acuta della duodecima superflua è Gsolreut ♯, la nota acuta della terzadecima è Alamire, e però le distanze sono realmente diverse, quella di duodecima questa di terzadecima. Sia dunque la duodecima superflua una dissonanza di nuovo acquisto, di cui tra poco si vedrà l'uso. Comparato finalmente S dell'esempio 4 allo stesso Csolfaut A, la distanza è di quartadecima. Dunque realmente la quartadecima è dissonanza, perché composta di due terze minori di specie diversa. La grave in D E dell'esempio di congiunzione, ed è naturale del sistema armonico. L'acuta tra bfà S dell'esempio 4, e Gsolreut e dell'esempio 2, ch'è la non appartenente al sistema armonico. A questa dissonanza di quartadecima corrisponde [p. 77] identicamente in pratica la dissonanza, che si chiama settima; niuna differenza essendovi, se non nel termine della distanza, che realmente deve prendersi da Csolfaut A grave, e in pratica si prende da Csolfaut ottava acuta. Nel modo primo è quartadecima, e settima nel secondo; ma è vero il modo primo, non il secondo, perché in sostanza così in questa, come nelle altre dissonanze deve supporsi la posizione del sistema consonante innanzi di supporre il sistema dissonante, quale non sussiste per sé, ma in forza del sistema consonante, come ad evidenza dimostrativa si è veduto negli esempi musicali. Da ciò nasce il settimo Canone musicale, ed è, *che non si dà, né può darsi posizione alcuna dissonante, se non fondata sopra la posizione consonante.*

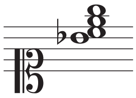
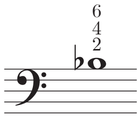
Osservando quanto nel sistema dissonante si è dedotto, e stabilito, si trova, che il presente sistema conviene con la pratica comune nella posizione della nona, della undecima, o sia quarta, e della quartadecima, o sia settima. Ma non conviene in alcun modo nella posizione della seconda, perché non ha, né può aver luogo in questo sistema: segno, che non vi è tal dissonanza. Il fallo è pratico, ed è nato dalla settima, quale rispetto alle note musicali componenti il suo accordo, ossia armonia integrale, è convertibile in molti modi. La sua pianta fondamentale è:



in cui la nota grave Csolfaut è il Basso fondamentale. Nella conversione, o sia trasposizione di questa pianta nascono tre posizioni.

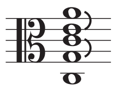
Prima,  che nel Basso organico si segna coi numeri. 

Seconda,  che nel basso organico si segna 

Terza,  che nel basso organico si segna  .

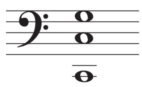
Qui è la sorgente del fallo. In questa terza posizione i numeri 2, 4, 6 posti insieme sopra la nota bfà, si dicono in pratica dissonanti. Indi in ispecie la seconda (per il numero 2) è chiamata dissonanza. Ma il fallo è patente. Nella pianta fondamentale superiore Csolfaut, Elami, Gsolreut è l'accordo consonante, perché queste tre note sono tra loro in armonica proporzione. Aggiunta la nota bfà si aggiunge al suddetto accordo una terza minore tra Gsolreut, Bfà, quale non può non esser dissonante, perché di specie diversa dalla immediatamente sottoposta Gsolreut, Elami, qual è la naturale del sistema armonico. Dunque la nota dissonante è in precisione bfà, settima col Basso fondamentale Csolfaut. Nella terza posizione la nota, che in precisione forma seconda, a cui è relativo il numero 2, è Csolfaut, che nella pianta fondamentale è il Basso. Come dunque può essere, che tal nota sia dissonante, se questa è il Basso fondamentale? Anzi tutto al rovescio. [p. 78]
In qualunque luogo si trovi per trasposizione Csolfaut, sarà sempre consonante, e così Elami, Gsolreut, quali non cambiano natura per cambiar luogo, e posizione. Sarà bfà dissonante in qualunque luogo, e posizione si trovi per la stessa ragione, che non cambia natura per cambiar luogo. Dunque nella terza posizione non Csolfaut, ch'è 2 nel numero, non Elami, ch'è 4 nel numero, non Gsolreut, ch'è 6 nel numero, sono dissonanti; ma la sola nota dissonante è bfà, a cui in numero corrisponderebbe 1, e non 2. Dunque la dissonanza chiamata seconda non vi è né in questo sistema, né in pratica musicale. È un errore, che si deve emendare, e con l'esmepio assegnato altri molti di tal natura.

Esclusa per sempre la seconda come dissonanza, si deve indagare se debba escludersi anco la terzadecima (in pratica sesta), che nel presente sistema non appare, e in pratica è dissonanza di molto uso. Nel sistema non appare, ma è inclusa nel quinto, e sesto Canone musicale dedotti dal sistema. Se per il quinto Canone vi siano nell'accordo musicale due intervalli simili di specie diversa, vi sarà dissonanza. Dunque dato l'accordo,

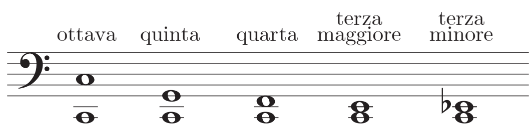


vi sarà dissonanza, perché vi sono due intervalli simili di specie diversa, cioè la quarta tra Gsolreut, Csolfaut; e la quarta tra Elami, Alamire. Per il sesto Canone, di questi due intervalli simili di specie diversa è consonante quello, che appartiene al sistema armonico, o aritmetico; dissonante quello, che in niun modo appartiene a' due sistemi suddetti. Dunque la quarta tra Gsolreut, Csolfaut è consonante, perch'è la naturale del sistema armonico; la quarta tra Elami, Alamire, è dissonante, perché in niun modo può appartenere al sistema suddetto. Dunque in precisione Alamire è la nota dissonante. Ma questa è in distanza di terzadecima dal Basso fondamentale Csolfaut. Dunque la terzadecima è vera legittima dissonanza, e appartiene al presente sistema, che non la pratica si accorda, e conviene.

Rimane ad esaminare, se questo sistema si accordi, e convenga con la pratica nel maneggio delle dissonanze, cioè nell'apparecchiarle, e risolverle nel modo già spiegato. Per tal esame ritorniamo agli esempi musicali 2, 3, 4, annessi alla figura VII, dove tutto si deve trovare, s'è vero il presente sistema. Nell'esempio 4, ch'è delle dissonanze, il primo progresso è da Csolfaut (nota comune di tutti gli esempi) a Dlasolre, in cui si trova la prima dissonanza, ch'è la nona. A confronto di tal progresso si trova nell'esempio 2, ch'è del sistema armonico, il progresso da Csolfaut $\frac{1}{2}$ a Gsolreut $\frac{1}{3}$. Essendo il sistema armonico il fondamento principale dell'universale sistema, perch'è la radice, e cagione di tutto ciò, che si trova nel sistema in particolare, si dovrà dire, che nel progresso del sistema armonico da Csolfaut $\frac{1}{2}$ a Gsolreut $\frac{1}{3}$, ch'è una sesquialtera, o sia quinta, si trova prodotta a confronto nell'esempio 4 la dissonanza di nona, che realmente è [p. 79]
composta da due quinte. Dunque l'esemplare, o sia forma è nella quinta del progresso armonico. A questo intervallo di quinta, ch'è nell'esemplare, corrisponde nell'accordo equitemporaneo la seconda nota Gsolreut 40 dell'esempio 3, a cui si sottoponga il Basso fondamentale Csolfaut, che forma quinta col suddetto Gsolreut 40. In tal preciso rispetto di esemplare antecedente, e di esempio conseguente si trova il progresso armonico dell'esempio 2 all'accordo equitemporaneo de' due esempi 3, 4. Perché nell'esempio 2 il primo progresso è di dupla, cioè da 1 a $\frac{1}{2}$; nell'accordo equitemporaneo de' due esempi 3, 4, si trova la ragion dupla tra le due prime note de' suddetti esempi, ma posteriore alla dupla dell'esempio 2. In questo esempio 2 il secondo progresso è di quinta tra Csolfaut $\frac{1}{2}$, Gsolreut $\frac{1}{3}$, ma è di tripla, se l'armonia si considera equitemporanea, come per natura deve considerarsi, cioè:

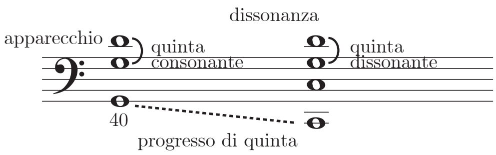


A ragguaglio negli esempi 3, 4, le due note seconde, Gsolreut 40 dell'esempio 3, Dlasolre dell'esempio 4 sono tra loro in tripla, ma posteriore. Nell'esempio 2 il terzo progresso è di quarta tra Gsolreut $\frac{1}{3}$, Csolfaut $\frac{1}{4}$; ma è di quadrupla, se l'armonia si considera equitemporanea. A ragguaglio ne' due esempi 3, 4, le due note terze, Ffaut 45 dell'esempio 3, Ffaut dell'esempio 4 sono in quadrupla, ma posteriore. In somma per abbreviare il confronto, quanto succede antecedentemente nell'esempio 2 del sistema armonico, tanto succede posteriormente negli esempi 3, 4, rispetto al loro accordo equitemporaneo. Egualmente quanto succede nel progresso successivo dell'esempio 2, cioè di ottava, quinta, quarta, terza maggiore, e terza minore, tanto succede nell'accordo equitemporaneo dell'esempio 3 rispetto al Basso costante fondamentale, come si vede in quest'esempio.



Dunque nel sistema armonico dell'esempio 2 dedotto dalle corde vi è l'apparecchio antecedente di ciò, che posteriormente deve succedere negli altri due sistemi degli esempi 3, 4, dedotti dalle suttese, e da'seni. Questo apparecchio del sistema armonico, che nella divisione armonica del diametro nell'esempio 1 si può chiamar giustamente forma, esemplare, determinazione di quelle ragioni, che devono succedere negli esempi 2, 3, 4, dico, che è l'identico dimostrativo apparecchio delle dissonanze, e che in questo apparecchio la pratica musicale si accorda, e conviene [p. 80]
col sistema. Lo dimostro. La prima dissonanza è la nona, ed è dissonanza, perché composta di due quinte. Dunque l'apparecchio dev'esser una quinta, perch'è la sua forma; e deve trovarsi

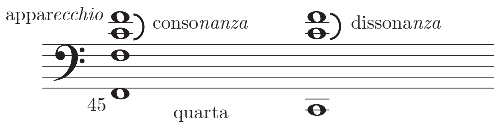
in precisione di Basso fondamentale nella seconda nota Gsolreut 40 dell'esempio 3, perché in questa nota si trova l'esempio formato in quinta. Ma ridotto a pratica musicale l'esemplare, così si trova in precisione.



Dunque resta dimostrato ec.

Ma così in precisione s'intende, e si opera in pratica musicale. Dunque la pratica conviene con la dimostrazione.

La seconda dissonanza è la undecima, ed è dissonanza, perché composta di due quarte. Dunque l'apparecchio dev'esser una quarta, perch'è la sua forma, e deve trovarsi in precisione di Basso fondamentale nella terza nota Ffaut 45 dell'esempio 3, perché in questa nota si trova l'esempio formato di quarta. Ma ridotto a pratica musicale l'esemplare, così si trova in precisione.



Dunque resta dimostrato, ec. Ma così in precisione s'intende, e si opera in pratica musicale. Dunque la pratica conviene con la dimostrazione.

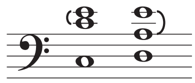
La terza dissonanza è la duodecima superflua, ignota sinora alla pratica musicale. È dissonanza, perché composta di due terze maggiori. Dunque l'apparecchio dev'esser una terza maggiore, perch'è la sua forma; e deve trovarsi in precisione di Basso fondamentale nella quarta nota Elami 48 dell'esempio 3, perché in questa nota si trova l'esempio formato in terza maggiore. Ma ridotto a pratica musicale l'esemplare, così si trova in precisione.

Dunque resta dimostrato, ec.

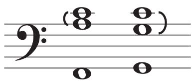
Ma così in precisione s'intenderebbe, e operarebbe in pratica musicale, se tal dissonanza [p. 81]
fosse nota, e così dovrà usarsi ora che è nota. Dunque la pratica conviene con la dimostrazione. Finalmente la quarta dissonanza è la decimaquarta; ed è dissonanza, perché composta di due terze minori. Dunque l'apparecchio dev'esser una terza minore, perch'è la sua forma; e deve trovarsi in precisione di Basso fondamentale nella quinta nota Elafa 50 dell'esempio 3, perché in questa nota si trova formato l'esempio di terza minore. Ma ridotto a pratica musicale l'esemplare, così si trova in precisione.

Dunque resta dimostrato ec. Ma così in precisione s'intende, e si opera in pratica musicale. Dunque la pratica conviene con la dimostrazione.

A ragguaglio si verificherà in genere qualunque esemplare dimostrativo a confronto di qualunque esempio pratico; e se vi sarà errore, non sarà mai nell'esemplare dimostrativo. È vero bensì, che la pratica si dilata molto più nell'apparecchio delle dissonanze, perché non prende a rigore la regola di apparecchiarle col preciso intervallo consonante, che poi diventa dissonante; ma qualunque intervallo consonante serve all'apparecchio suddetto. Per esempio nella nona



l'apparecchio è una terza maggiore, e la dissonanza è una quinta. Nella undecima, o sia praticamente quarta

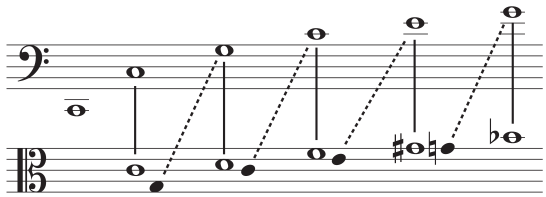


l'apparecchio è una terza minore, la dissonanza è una quarta ec. Ciò nulla osta al sistema presente, a cui basta di produrre il principio primo, e universale della regola dell'apparecchio, da cui si possano poi dedurre molte giuste conseguenze, e regole particolari. Per altro la regola pratica dilatata nel modo suddetto ha il suo fondamento nel Canone quinto, ed è relativa alle dissonanze dedotte dalla proporzione geometrica discreta, come la regola del sistema è intrinsecamente relativa alle dissonanze dedotte dalla proporzione geometrica continua.

Rilevato il fondamento dell'apparecchio delle dissonanze, e loro costituzione nell'esemplare armonico, da cui si hanno antecedentemente come forme le ragioni, che posteriormente formano l'apparecchio, indi sono determinate dissonanze, è chiaro, che la loro risoluzione dovrà trovarsi nello stesso sistema armonico, ch'è il fondamento universale. Ciò, che praticamente s'intende per apparecchio, costituzione, e risoluzione di dissonanza già si è spiegato altrove, ma [p. 82] giova ripeterlo. S'intende, che la dissonanza non può sussister per sé, ma deve dipendere intrinsecamente dalla consonanza. Però la prima posizione è l'apparecchio antecedente della nota musicale consonante. La seconda posizione è la stessa nota musicale consonante, che si converte in dissonante. La terza posizione è la sua risoluzione in consonanza, cioè un passaggio della nota dissonante in una nota diversa, che dev'esser consonante e deve discender sempre o per tuono, o per semituono. E però è verissimo, che la dissonanza non sussiste per sé, ma in forza delle consonanze, antecedente, ch'è l'apparecchio, conseguente, ch'è la risoluzione. L'apparecchio nel presente sistema si è veduto ad evidenza dimostrativa. Con eguale evidenza si dovrà vedere la risoluzione. Premetto essermi ignota la ragione della pratica musicale, per cui debbano risolversi le dissonanze discendendo per tuono, o per semituono; non mai ascendendo. Se vi sia in pratica questa ragione, confesso di non saperlo. È però cosa certa, che dev'esservi per dimostrazione, se così in pratica si opera, e si opera bene. Dico dunque, che nella risoluzione delle dissonanze così in pratica deve operarsi, come si opera, perché così insegna la dimostrazione del presente sistema, ed è la seguente.

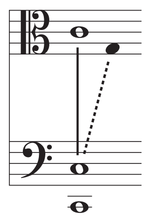
esempio 2

esempio 4



Dato il sistema sestuplo armonico nelle note musicali a confronto del sistema delle dissonanze, essendosi dimostrato, che la forma sesquialtera $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, è la producente la nostra sottoposta Dlasolre, perché composta di due sesquialtere; la forma sesquiterza $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ la producente la undecima sottoposta Ffaut, perché composta di due sesquiterze ec.; ed essendosi dimostrato, che le dissonanze in tanto sono dissonanze, in quanto sono intrinsecamente costituite dalla geometrica proporzione, e però per sé non sussistenti, perché incompatibili col sistema armonico, ne viene di necessaria conseguenza, e per corollario, che non sussistendo da sé, là debbano ritornare, donde partirono; e vuol dire in sostanza, che si risolvano nel principio stesso, da cui hanno la origine, e in cui hanno la radice. Ma questo è il sistema armonico; dunque nel sistema armonico devono risolversi. Non basta. Per la stessa conseguenza, e corollario, se la ragione antecedente del sistema armonico è la forma dell'apparecchio della dissonanza, la ragione conseguente del sistema armonico (che sarà antecedente alla risoluzione della dissonanza) dovrà esser la forma della risoluzione, perché per lo stesso principio, e nello stesso modo, con cui il sistema geometrico [p. 83]
si parte dal sistema armonico, dee ritornarvi. Ma nel dato confronto del sistema armonico, e del sistema dissonante si trova, che nel sistema armonico dopo la sesquialtera $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, succede la sesquiterza $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$; e la sesquialtera è stata la forma della dissonanza di nona, ch'è la sottoposta a $\frac{1}{3}$, ed è stata la forma dell'apparecchio della nona. Dunque la sesquiterza $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ dovrà esser la forma della risoluzione della nona. Dunque la nota musicale, che in precisione deve risolver la nona, dovrà esser la nota chiusa musicale posta immediatamente dopo Dlasolre, ch'è la nona, perché nel sistema armonico superiore dopo Gsolreut $\frac{1}{3}$, che formò la sesquialtera con $\frac{1}{2}$, segue immediatamente Csolfaut $\frac{1}{2}$, che forma la sesquiterza con $\frac{1}{3}$, e a cui è unisono il sottoposto Csolfaut chiuso. Proseguendo con tal metodo la dimostrazione, si trova, che Ffaut undecima si risolve in Elami chiuso, unisono ad Elami $\frac{1}{5}$ del sistema armonico superiore. Gsolreut ♯ duodecima superflua si risolve in Gsolreut naturale chiuso, unisona Gsolreut $\frac{1}{6}$ del sistema armonico superiore, ec.

Ritornando con lo stesso metodo dimostrativo alle due note musicali, Csolfaut $\frac{1}{2}$ del sistema armonico superiore, Csolfaut prima nota del sistema dissonante, qual è in ottava acuta del soprapposto, si trova, che questa ottava nel sistema dissonante è risoluta in Gsolreut chiuso, unisono a Gsolreut $\frac{1}{3}$ del sistema armonico superiore, cosicchè in questo esemplare la stessa ottava fa figura di dissonanza. E ciò perché nel sistema armonico superiore vi è la ottava antecedente 1, $\frac{1}{2}$, quale dovendosi congiungere equitemporaneamente nell'armonia universale, di necessità si trovano due ottave, cioè la quadrupla in geometrica proporzione, come qui si vede,

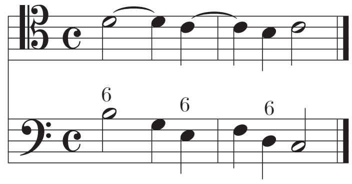


e però nel quinto Canone musicale vi è la parentesi; *eccettuata* (più per uso, che per ragione) *la ottava.* Non essendo dissonanza attuale, come ivi ho detto, il suo passaggio in Gsolreut non si può dire risoluzione. Ma però è certo, che la dupla geometrica $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ si converte e passa nella sesquialtera armonica $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$. Ma le note musicali della risoluzione delle dissonanze sono identiche [p. 84] alle note musicali del sistema armonico, come si vede nelle note chiuse dell'esempio 4 qui addotto. Dunque tutte le dissonanze suddette si risolvono nel loro principio, a cui ritornano a ragguaglio con la stessa legge, con cui partirono. Ma è impossibile, che vi ritornino (com'è evidente) se non discendendo a ragguaglio per tuono, e semituono (eccettuata sempre la ottava); dunque in pratica così deve operarsi nella risoluzione delle dissonanze, come si opera, perché così insegna, e dimostra il presente sistema. Sia però l'ottavo Canone musicale includente tutto il dimostrato sin qui sopra le dissonanze; *che la dissonanza sia apparecchiata da nota consonante unisona, e sia risoluta in nota consonante, che a ragguaglio della dissonanza discenda per tuono, o semituono.*

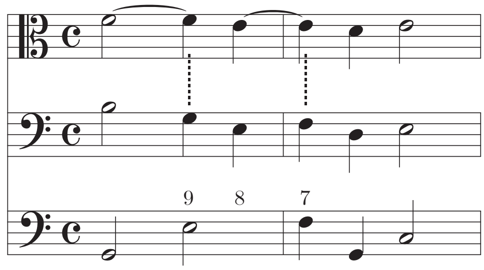
Consumate le dimostrazioni degli esempi musicali 2, 3, 4, e però veduta in generale la natura de' due sistemi, consonante, e dissonante, giova discendere al particolare, acciò una volta finalmente si arrivi a formar giusta idea delle consonanze, e dissonanze musicali.

È certo in primo luogo, che nel presente sistema gl'intervalli, o siano ragioni di ottava, quinta, quarta ec. non possono considerarsi consonanti, se non come inseparabili dalla sestupla armonica, di cui sono parti integranti; ed è certo, che in pratica si considerano per sé consonanti, come elementi primi componenti la sestupla. Non potendo esservi errore nel sistema, è forza, che vi sia nella pratica.

Date in contrappunto le due parti seguenti,

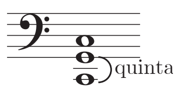


si domanda se l'intervallo di quinta formato da Gsolreut del Basso con Dlasolre del Tenore, e da Ffaut del Basso con Csolfaut del Tenore sia consonante, o dissonante? Qualunque delle due si affermi, è un'errore, perché tanto è consonante, quanto dissonante in legittimo, e stretto senso di contrappunto. Come sta l'esempio, le due quinte suddette sono consonanti, ma non in forza dell'intervallo di quinta; bensì in forza di tutto l'accompagnamento dell'armonia, cioè di terza, quinta, ottava, che s'intende inseparabile da Gsolreut, e Ffaut, come Basso fondamentale. E questo accompagnamento è dedotto dalla sestupla, come si vedrà a suo luogo. Alle stesse due parti si sottoponga la terza parte, come nell'esempio, [p. 85]

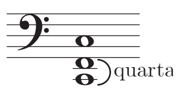


ed ecco le due piante dissonanti nelle stesse precise note musicali. Dunque lo stesso identico intervallo è consonante, e dissonante secondo il diverso rispetto di tutta l'armonia. Dunque per determinarlo o consonante, o dissonante bisogna supporre tutta l'armonia. Ma questa è la sestupla. Dunque l'errore è nella pratica, la verità è nel presente sistema.

È certo in secondo luogo, che dal presente sistema vien determinata in particolare la perfezione maggiore, o minore di ciascuna ragione integrante la sestupla armonica. La dupla, o sia ottava, è principio potenziale dell'armonico sistema, ed è *a priori.* Dunque è la perfettissima di tutte le ragioni consonanti. La sesquialtera, o sia quinta, è il principio attuale del sistema armonico, di cui è la ragione determinante. La quinta dunque sarà perfettissima ragione consonante, ed avrà maggior forza fisica della ottava. Per iscoprire la natura delle ragioni consecutive, si torni agli esempi musicali 2, 3, annessi alla Figura VII, e si osservi di nuovo ciò, che già si è osservato. Nell'esempio 2 dopo la quinta Csolfaut $\frac{1}{2}$, Gsolreut $\frac{1}{3}$, succede la sesquiterza, o sia quarta formata da Gsolreut $\frac{1}{3}$, Csolfaut $\frac{1}{4}$. A confronto di Gsolreut $\frac{1}{4}$ nell'esempio musicale 3 si trova Gsolreut 40 dimostrato mezzo armonico della dupla, formante una quinta col termine grave Csolfaut.

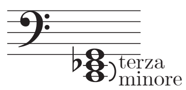


In tal confronto si trova la quinta sempre armonica e nell'esempio 2, e nell'esempio 3. A confronto poi di Csolfaut $\frac{1}{4}$ dell'esempio 2, si trova nell'esempio 3 Ffaut 45 dimostrato mezzo aritmetico della stessa dupla, formante una quarta con lo stesso termine grave Csolfaut.



In tal confronto si trova la quarta nell'esempio 2 armonica, nell'esempio 3 aritmetica. Dunque di doppia natura. Dunque non può esser perfetta ragione, essendo comune a due sistemi in confronto. Dunque la sesquiterza, o sia quarta è ragione consonante imperfetta. Dopo la quarta succede nell'esempio 2 la sesquiquarta, o sia terza maggiore formata da Csolfaut $\frac{1}{4}$, Elami $\frac{1}{5}$. A confronto nell'esempio 3 si trova Elami 45 dimostrato mezzo armonico della sesquialtera [p. 86]
formante una terza maggiore col termine grave Csolfaut.

In tal confronto si trova a terza maggiore sempre armonica, e nell'esempio 2, e nell'esempio 3. Dunque la sesquiquarta, o sia terza maggiore è ragione consonante perfetta. Dopo questa succede nell'esempio 2 la sesquiquinta, o sia terza minore, formata da Elami $\frac{1}{5}$, Gsolreut $\frac{1}{6}$. A confronto nell'esempio 3 si trova Elafa 50 dimostrato mezzo aritmetico della sesquialtera formante una terza minore col termine grave Csolfaut.



In tal confronto si trova la terza minore nell'esempio 2 armonica, nell'esempio 3 aritmetica. Dunque di doppia natura. Dunque non può esser perfetta ragione, essendo comune a due sistemi in confronto. Dunque la sesquiquinta, o sia terza minore, è ragione consonante imperfetta.

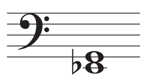
A quanto si è dedotto della perfezione della quinta, e terza maggiore, e della imperfezione della quarta, e terza minore corrisponde fisicamente la corda una di tre suoni, perché i due suoni di consenso $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$, sono identici a Gsolreut $\frac{1}{3}$ (esempio 2) formante la quinta con Csolfaut $\frac{1}{2}$; ad Elami $\frac{1}{5}$ formante la terza maggiore con Csolfaut $\frac{1}{4}$. Se la natura include $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$, esclude $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$ (Csolfaut forma la quarta con Gsolreut $\frac{1}{3}$, Gsolreut $\frac{1}{6}$ forma la terza minore con Elami $\frac{1}{5}$), è segno fisico della perfezione di quelle ragioni, della imperfezione di queste. Dunque così è fisicamente, e dimostrativamente, come si è dedotto.

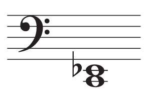
Non così in pratica. Il presente sistema conviene con la pratica nella ottava, e quinta, come ragioni consonanti perfette. Non conviene col rimanente, ch'è la quarta, e le due terze, maggiore, e minore. La quarta in pratica si è intesa, e s'intende or consonante, or dissonante per l'equivoco spiegato altrove. Le due terze si chiamano consonanze imperfette, perché possono alterarsi con gli accidenti musicali di ♯, e di ♭, cambiando

la terza maggiore  per ♭ in terza minore; 

la terza minore  per ♯ in terza maggiore 

Questo concetto è un errore. La quarta è ragione consonante, come tutte le altre contenute nella sestupla armonica; ed è imperfetta, perch'è di doppia natura a confronto. Che le due terze [p. 87] di concepiscano alterabili dagli accidenti musicali, e però siano consonanze imperfette, ripugna a due sistemi, armonico, e aritmetico; e però nego assolutamente la loro possibile alterazione in tal senso, e concetto. Nel caso pratico addotto non si cambia la terza minore in maggiore, né la maggiore in minore, ma si cambia un sistema nell'altro, e si passa dall'armonia di terza maggiore all'armonia di terza minore (e così pel contrario) non solamente per la terza cambiata, ma per l'ordine cambiato delle ragioni. E però la terza non è più quella del rispettivo sistema, ma una terza affatto diversa. Ecco l'esempio chiarissimo:

terza maggiore
del sistema armonico,  terza maggiore
del sistema aritmetico. 

terza minore
del sistema armonico;  terza minore
del sistema aritmetico. 

Dunque falso il pratico concetto della possibile alterazione delle due terze, e in conseguenza falsa la deduzione, che però siano consonanze imperfette. Resta dunque vero, che la terza maggiore è ragione consonante perfetta, perch'è intrinsecamente armonica. La terza minore è ragione consonante imperfetta, perch'è comune a due sistemi in confronto.

Da questi due esempi pratici, e da quanto si è stabilito nel sistema, due cose si fanno più ch'evidenti. La prima si è, che in questo sistema, non ha più luogo quella tale opposizione, in cui si conviene intieramente la idea avutasi sinora del musicale sistema; ed è, che il tritono, la sesta superflua, la seconda diminuita, intervalli composti da due sole voci, o suoni, sono per sé, e indipendentemente da qualunque sistema ingrati all'udito; e pel contrario la ottava, la quinta, la quarta, le due terze ec. intervalli egualmente composti da due sole voci, o suoni, sono per sé grati all'udito. Tale opposizione qui non ha luogo, anzi è una prova evidentissima della verità del sistema. In genere non si ha la formazione del tritono, se non data la scala musicale. Non si ha la scala musicale, se non data la sestupla armonica. Si vedrà nel seguente Capitolo. In ispecie il tritono si ha dal genere diatonico; genere primo, e universale, perché immediatamente dedotto dalla sestupla armonica. La sesta superflua, la seconda diminuita ec. si hanno da due generi, cromatico, Enarmonico: generi subalterni, e dedotti. Si vedrà egualmente nel seguente Capitolo. In individuo dico, che intanto l'intervallo del tritono è ingrato all'udito, in quanto la nota grave Ffaut divide aritmeticamente la ottava Csolfaut, csolfaut; e la nota acuta di Bmi divide armonicamente la quinta Csolreut, Dlasolre: che vuol dire quella quinta, ch'è fondata [p. 88] sopra Gsolreut divisore armonico della stessa ottava Csolfaut, csolfaut. La congiunzione di questi due mezzi, in cui resta base e fondamento dell'armonia la nota grave Ffaut, è ripugnante all'armonico sistema, da cui deve desumersi l'armonia integrale, e la sua base. Quando dunque s'inverta l'ordine sostanziale, e si ponga in grave un termine per natura aritmetico a confronto di un termine acuto per natura armonico, è certo di certezza dimostrativa, che vi è ripugnanza nella posizione. Dunque sarà certo di certezza fisica, che tal intervallo sarà ingrato all'udito. La mia proposizione è si precisamente vera, che ponendo per base, o sia termine grave Bmi, ch'è l'armonico, e per acuto Ffaut, ch'è l'aritmetico, l'intervallo perde la sua asprezza sì fattamente, che posto a confronto dell'inverso, si sente da chiunque la notabilissima differenza. Ma tutto ciò è una prova del sistema generale, di cui è deduzione, e conseguenza; e così a ragguaglio della natura degli altri intervalli. Dunque ec.

La seconda cosa evidente si è una conseguenza; ed è la necessità di dover dedurre la natura intrinseca delle consonanze, e la loro perfezione, e imperfezione dall'armonia integrale, e non dalle parti, o siano ragioni integranti.

Quest'armonia integrale è la sestupla in genere, come già si è dimostrato; in ispecie la sestupla armonica, da cui l'armonia di terza maggiore: la sestupla aritmetica, da cui l'armonia di terza minore. Di queste due armonie la perfettissima, e la immediatamente voluta dalla natura (com'è chiaro ne' fenomeni) è quella di terza maggiore, cioè la sestupla armonica, a di cui confronto si trova molto meno perfetta l'armonia di terza minore, cioè la sestupla aritmetica. Dunque dalla maggiore, o minor perfezione dell'armonia dipendono a ragguaglio l'effetto, ch'è la consonanza, bisogna indagare in che consista la maggior perfezione della sestupla armonica. Questa consiste nella maggior, e più perfetta unità del suo principio, e della sua radice dimostrativa armonica, ch'è il circolo perfettamente uno in se stesso, a cui corrisponde fisicamente, e identicamente il terzo suono, come radice fisico-armonica perfettamente una in se stessa. Non così la sestupla aritmetica. Il suo principio è il diametro, come per sé linea retta, e come divisibile in parti eguali, e però aritmetiche. È manifesto nella deduzione de' seni dimostrativamente impossibile, se non supponendo il diametro diviso in parti eguali. In fatti il sistema aritmetico dimostrativamente dedotto nel presente sistema, è dedotto per somma di parti eguali, che sono gli avanzi, o complementi delle frazioni armoniche. Queste sono sempre unità per propria intrinseca natura; quelli sono sempre somme di unità per propria intrinseca natura. E questa è la radical differenza de' due sistemi, quale in sostanza si riduce alle due figure, Circolo iscritto, Quadrato circoscritto, che vuol dire alla prima posizione del presente sistema. L'armonia di terza maggiore procede dal circolo dimostrato per intrinseca natura armonico. L'armonia di terza minore procede dal quadrato dimostrato per intrinseca natura aritmetico. Alla natura del circolo corrispondono li fenomeni fisico-armonici. Alla natura del quadrato corrispondono li fenomeni fisicoaritmetici, tra' quali è il timpano, o sia tamburo, e qualunque Cilindro sonoro. Quanto è più uno in se stesso il circolo del quadrato, tanto è più perfetta l'armonia di terza maggiore dell'armonia di terza minore, e a ragguaglio le parti integranti la rispettiva armonia. Perché quantunque sia vero, che le ragioni integranti le due sestuple armonica, aritmetica, siano le stesse, cioè ottava, quinta, quarta, terza maggiore, e terza minore; non è vero però, che la ottava della sestupla aritmetica sia eguale di perfezione alla ottava della sestupla armonica. Ne' due sistemi l'ordine è sostanza, e cosa reale; e quindi la ottava posta nel luogo gravissimo della sestupla armonica è più una, e in conseguenza più perfetta della ottava posta nel luogo acutissimo della sestupla aritmetica, e così a ragguaglio di tutte le ragioni integranti. In oltre abusivamente chiamo queste ragioni integranti le due sestuple. A rigor dimostrativo sono integranti la sestupla armonica, di cui sono parti; sono componenti la sestupla aritmetica, ch'è la loro somma. E però tanto più sono di unità intrinseca al suo tutto nel sistema armonico, di quello siano nel sistema aritmetico. [p. 89]

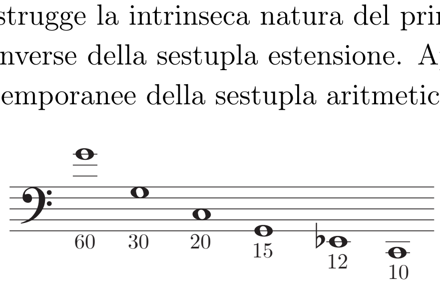
Premesse tali nozioni, e spiegazioni è forza definire l'armonia di terza maggiore, unità fisico-armonica integrale di voci, o suoni contenuti nella sestupla. L'armonia di terza minore, unità fisicoaritmetica integrale di voci, o suono contenuti nella sestupla. A ragguaglio le ragioni dell'armonia di terza maggiore, unitadi fisicoarmoniche di voci, o suoni integranti la sestupla. Le ragioni dell'armonia di terza minore, unitadi fisicoaritmetiche di voci, o suoni componenti la sestupla. E se queste sono le vere definizioni rispettive a' due sistemi armonico, aritmetico, l'armonia del sistema dissonante dovrà definirsi, unità fisicogeometrica di voci, o suoni fondati nella sestupla.

Quanto siano lontane queste definizioni dalla idea avutasi sinora delle consonanze, e dissonanze, ella Sig. Conte lo vede, e lo intende. Ma in queste definizioni nulla essendovi di mio arbitrio, tutto essendovi di necessità fisica, e dimostrativa, è forza cambiar la vecchia idea nella nuova.

Si dirà, che in tal modo è definita l'armonia, non la consonanza, e dissonanza. Rispondo, che la consonanza, e la dissonanza è l'effetto inseparabile dall'armonia rispettiva; e però definita la cagione, è definito l'effetto, e a ragguaglio della cagione succede l'effetto. Dalla perfettissima unità come cagione, si ha la perfettissima consonanza come effetto, e però gradevolissimo all'udito. Dalla unità meno perfetta si ha la consonanza meno perfetta, e però meno gradevole all'udito. Così a ragguaglio il tutto, e le parti di ciascun sistema. Si avverta solamente, che non [p. 90] si è mai ben inteso il sistema dissonante non solo nella cagione, ma nemmeno nell'effetto, che pure dipende dal senso. Si è definita la dissonanza un accordo di voci, o suoni ingrato all'udito. Io faccio giudice tutto il Mondo musicale di buon senso, e mi dica, se veramente la ben disposta armonia della nona, della undecima, o quarta, della terzadecima, o sesta, della quartadecima, o settima (dissonanze tutte) sia cosa ingrata all'udito. È fisicamente impossibile, perché nel suo modo è unità, ed è nel circolo. Ha benissimo il suo gradevole per sé, e solamente posta a confronto dell'armonia di terza minore, e molto più dell'armonia di terza maggiore fa conoscere la sua diversità. Da ciò si comprenda, se le definizioni delle consonanze, e dissonanze potevano dipender dal senso dell'udito. Ecco il vero confronto, e la vera idea.

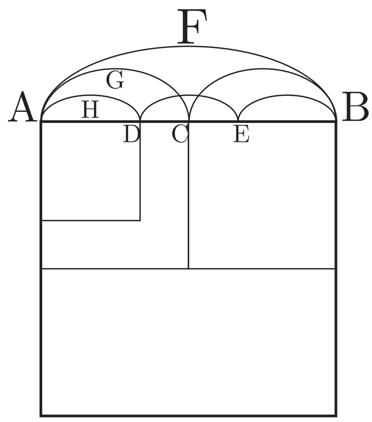
Nella corda sonora di un monocordo, nella corda pendola sonora ragguagliata co' numeri quadrati de' pesi eguali, la unità delle oscillazioni equitemporanee è comune a tutte le tre proporzioni, armonica di terza maggiore, aritmetica di terza minore, geometrica delle dissonanze. Della proporzione armonica 1 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ ec. nella corda del monocordo, e de' pesi 1, 4, 9 ec. nella corda pendola sonora è nota comunemente la unità delle oscillazioni equitemporanee. La inversione della proporzione armonica essendo la proporzione aritmetica, succede fisicamente lo stesso; e basta riflettervi, perché sia noto. Nella proporzione geometrica $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{9}$; o pure $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{16}$ ec. deve succeder lo stesso in forza della progressione armonica $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{9}$ ec., da cui separando $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{8}$, resta $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{9}$; e lo stesso si dica di $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{[1]6}$ ec. Se le vibrazioni della intiera progressione armonica di $\frac{1}{4}$ fino a $\frac{1}{9}$ sono tutte insieme equitemporanee, lo saranno egualmente separate, e divise in qualunque modo. Dunque la unità delle vibrazioni, o sia oscillazioni equitemporanee è genere universale di unità, in cui convengono tutte le tre suddette armonie. La cagione a priori è il circolo, da cui in genere procedono, e sono contenute, ed è cagione, come uno per sua intrinseca natura: nulla a ciò ostando, che le oscillazioni de' pendoli siano divertite dalla linea circolare dal peso eccentricamente cadente nel ritorno al suo centro; ma bastando, che circolare sia il suo principio, il che è fisicamente chiaro. In forza di questo principio comune di unità è manifestamente falsa la proposizione, che le vibrazioni equitemporanee siano la cagione delle consonanze, il suo contrario delle dissonanze, né vi è bisogno di prova. Non convengono, né possono convenire le dissonanze con le consonanze nella unità, come principio di quantità. [p. 91] Principio della natura armonica è la unità, come il tutto; della natura aritmetica la unità, come la minima parte. Essendo composta la natura geometrica dalle due nature, armonica, aritmetica (si è dimostrato nella formazione de' seni), ha il suo principio nella dualità, e non nella unità. Dunque ec. Non convengono le dissonanze nella unità della radice fisica del terzo suono con le consonanze dell'armonico sistema, di cui è proprietà individua, e particolare la radice fisica del terzo suono ad esclusione non solo delle dissonanze, ma ancora delle consonanze dell'aritmetico sistema, come si è dimostrato a suo luogo. Non convengono finalmente le dissonanze con le consonanze nella unità del sestuplo periodo, e compimento, in cui convengono tra loro l'armonico, e l'aritmetico sistema. Dipendono bensì dalla natura circolare della sestupla, di cui sono legittime deduzioni.

Le consonanze poi dell'aritmetico sistema, o sia l'armonia di terza minore conviene con l'armonia di terza maggiore, e delle dissonanze nel genere comune di unità delle oscillazioni equitemporanee. Conviene in unità con l'armonia di terza maggiore nel genere particolare della sestupla estensione, e in conseguenza delle ragioni (benché inverse) componenti la sestupla: eguali alle integranti la sestupla armonica. Conviene egualmente con l'armonia di terza maggiore nella unità, come principio primo di quantità; sebben questa come minima, quella come massima. Il diverso rispetto non distrugge la intrinseca natura del principio comune, ch'è la unità, e lo stesso si dica delle ragioni inverse della sestupla estensione. Appare in oltre, che osservato il numero delle oscillazioni equitemporanee della sestupla aritmetica,



numeri delle oscillazioni equitemporanee

in tal rispetto convenga in unità con l'armonico sistema, perché i numeri suddetti sono certamente in armonica progressione. Appare, ma non è; anzi son certo esservi errore nel modo comune d'intender il numero delle oscillazioni. Se il numero delle oscillazioni è inseparabile dagli archi formati dalle oscillazioni, e in conseguenza all'area contenuta dagli archi, è certo di certezza dimostrativa, che nella proporzione armonica 1 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ ec. le aree sommate degli archi delle oscillazioni sono nella stessa proporzione 1 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ ec.; e nella proporzione aritmetica 1, 2, 3, sono [p. 92] nella stessa proporzione 1, 2, 3 ec. Ecco la dimostrazione.



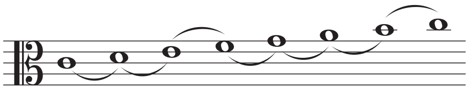
Mentre AB oscilla una volta per l'arco AFB, AC $\frac{1}{2}$ oscilla due volte per l'arco AGC, AD $\frac{1}{3}$ oscilla tre volte per l'arco AHD. Ma è per sé dimostrato da' quadrati, che l'area dell'arco AGC è $\frac{1}{4}$ dell'area dell'arco AFB; l'area dell'arco AHD è $\frac{1}{9}$ dell'area dell'arco AFB. Dunque AC oscillando due volte, mentre AB oscilla una volta, AC formerà due archi AGC di $\frac{1}{4}$ l'uno nelle loro aree. Dunque sommate saranno $\frac{1}{2}$; e lo stesso ragguaglio di AD $\frac{1}{3}$. Dunque mentre AB produce nel suo arco area 1, AC produce ne' suoi due archi area $\frac{1}{2}$, AD ne' suoi tre archi area $\frac{1}{3}$ ec. Dunque le aree sommate degli archi rimangono in proporzione armonica, come sono le linee producenti gli archi. Né giova la opposizione, che può farsi dicendo, che non si sa se gli archi siano di circolo, o di curva in genere; e però la dimostrazione suppone ciò, che si deve antecedentemente dimostrare. Ciò nulla giova, perché nulla deroga alla suddetta dimostrazione, quale null'altro prova, né deve provare, sennochè l'area dell'arco AFB è come 1 all'area dell'arco AGC, come $\frac{1}{4}$; dell'arco AHD come $\frac{1}{9}$. Siano archi di circolo, siano di curva in genere, saranno sempre archi simili. Dunque sempre vi sarà tra le loro aree la dimostrata ragione. Ciò dimostrato, e premesso; che il numero delle oscillazioni delle corde in progressione armonica si dica universalmente esser in progressione aritmetica 1, 2, 3, 4, ec., perché mentre la corda 1 oscilla una volta, a corda $\frac{1}{2}$ oscilla due volte, la corda $\frac{1}{3}$ tre volte ec.; e ciò si pretende ben detto, e inteso, quando le aree sommate degli archi delle oscillazioni sono dimostrativamente in progressione armonica; quando il numero 2 null'altro significa, se non le due oscillazioni di $\frac{1}{2}$ equitemporanee ad una oscillazione di 1, e però come sommate il numero 3 le tre oscillazioni equitemporanee di $\frac{1}{3}$, e però come sommate ec.; quando lo stesso numero è segno dimostrativo di quantità di parti ineguali [p. 93] nel senso stretto della numerazione delle oscillazioni, tutte ineguali (caso in cui diventa assurda l'astrazione del numero delle oscillazioni dalla loro quantità, perché non avrebbero quel numero, se non fossero quante come sono); se questo non è errore, non so più qual possa esser errore. Ma tutto ciò di passaggio.

In due generi di unità non conviene, e non può convenire l'armonia di terza minore con l'armonia di terza maggiore, cioè nella radice fisica del terzo suono, e nella relazione al rispettivo principio. La radice fisica del terzo suono, come si è detto, è proprietà singolare dell'armonico sistema, quale ha per suo immediato principio il circolo, ch'è la sua radice dimostrativa. Il sistema aritmetico non ha, né può aver tal radice, perché ha per suo radical principio il quadrato. Indi per conseguenza la relazione diversa, perché diverso è il principio. Resta dunque, che la sola armonia di terza maggiore abbia in se stessa cinque generi di unità; e sono, la unità delle oscillazioni, del sestuplo periodo, e del principio primo di quantità, della radice fisicoarmonica del terzo suono, e della immediata relazione al circolo, come uno. Indi la sua particolare e distinta perfezione. Il sistema aritmetico, o sia l'armonia di terza minore ha in sestessa [sic] tre generi di unità, e sono; la unità delle oscillazioni, del sestuplo periodo, e del principio primo di quantità. Il sistema geometrico, o sia delle dissonanze ha in se stesso un solo genere di unità, ed è la unità delle oscillazioni. Cinque, tre, e uno, e tutto nel circolo. Tanto basti nel terzo Capitolo, ch'è quasi riuscito un Trattato.

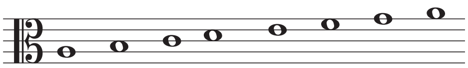
CAPITOLO QUARTO. [p. 94]

Della Scala e del Genere pratico Musicale.
Origine, Uso e Conseguenze.

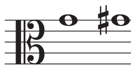
All'armonia è congiunta la melodia, o sia cantilena. Se dall'armonia la cantilena, o dalla cantilena si abbia l'armonia, si è veduto nel capitolo antecedente nel sistema armonico, in cui il tutto, ch'è l'armonia, e la unità integrale, deve supporsi innanzi le parti, dalle quali si ha la cantilena. Lo stesso si vedrà nel capitolo presente. La differenza tra armonia, e cantilena si è, che nell'armonia le voci, o suoni sono equitemporanei, perché sono tutti in unità integrale; e però sono tutti nello stesso tempo. Nella cantilena le voci, o suoni sono succesivi, perché non sono in unità integrale, ma individua; e però non sono nel tempo stesso, ma successivamente. Il pratico esemplare della cantilena è la scala comune di terza maggiore,



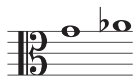
da cui è dedotta la scala di terza minore.



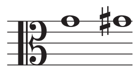
In questa scala si trovano li così chiamati minimi componenti musicali, cioè tuoni, e semituoni; li tuoni formati dalle due ragioni sesquiottava, e sesquinona; li semituoni dalla ragione sesquidecimaquinta. Il primo tuono sotto segnato è in ragione sesquiottava, il secondo in sesquinona, il terzo in sesquiottava, il quarto in sesquinona, il quinto in sesquiottava; e però tre sesquiottavi, due sesquinoni. Quelli si chiamano maggiori, questi minori ragguaglio della ragione. Li due semituoni sopra segnati sono in ragione sesquidecimaquinta, e si chiamano maggiori, perché vi è un altro semituono pratico, che nasce dal ♯ aggiunto alla nota naturale,



qual è in ragione sesquiventesimaquarta, e però minore del semituono naturale della scala. Di questa scala, e di tali minimi componenti siamo debitori agli antichi Greci, e l'abbiamo adottata come ottima, perché la più semplice, e secondo natura. Dico la più semplice, perché i Greci tentarono l'uso di componenti più minimi, e però divisero la cantilena in tre Generi, Diatonico, Cromatico, Enarmonico. La scala soprassegnata è la naturale del Genere Diatonico, e però il semituono in ragione sesquidecimaquinta è il minimo intervallo del Genere Diatonico. Altri semituoni di minor ragione usarono i Greci, ma li divisero dal Genere Diatonico e formarono [p. 95]
il Genere Cromatico. Altri ancor più minimi, formarono il Genere Enarmonico. Di questi tre generi il Diatonico è il semplicissimo, e secondo natura; e come fu in possesso universale tra gli antichi Greci, così e dopo migliaia d'anni tra noi moderni, e lo sarà sempre. Perché quando in pratica si adopri intervallo minore del sesquidecimoquinto, l'orecchio di chi eseguisce, e di chi ascolta non regge a così fino, e minimo accordo. La sperienza lo manifesta, perché si confonde pur troppo in pratica il semituono di ragione sesquidecimaquinta

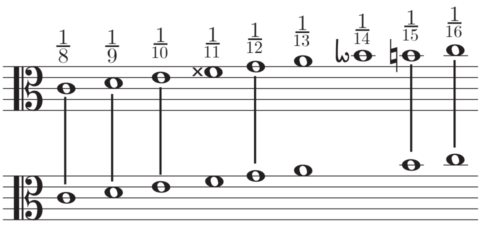


col semituono di ragione sesquiventesimaquarta



benché ancor questo sia secondo natura. Questa è la vera cagione, per cui so è abbandonato intieramente il Genere Enarmonico, e si è ritenuto il Diatonico; cioè la somma facilità della esecuzione di questo, la somma difficoltà della esecuzione di quello. Ciò basti per istruzione sufficiente di quanto dagli Antichi, dalla pratica comune, e dal consenso universale è stabilito senza impegnarsi in superflue erudizioni, e nella spiegazione, e formazione de' due Generi Cromatico, Enarmonico: cosa tanto più inutile, quanto che nel presente Capitolo vedremo la sorgente dimostrativa di ciascun Genere; non già secondo i nomi imposti da' Greci, ma secondo la loro intrinseca natura.

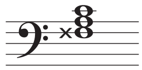
Procedendo col mio metodo ho debito di dedurre dal presente sistema la stessa scala, e gli stessi Generi, se tale scala, e tali Generi sono voluti dalla natura. Premetto esser fisicamente, e dimostrativamente certo, che la scala de' Corni da caccia, delle Trombe da fiato, e marina, non è intieramente la scala soprassegnata; e pure in tali strumenti non vi ha luogo l'arbitrio umano, ma la sola natura. Ecco le due scale a confronto.



Primieramente nella scala de' suddetti strumenti vi è una nota musicale di più, ch'è la settima nota, quale non vi è, né vi può essere nella scala pratica comune. Secondariamente la quarta, e sesta nota della scala comune inferiore non si accorda con le relative della scala superiore; e per questo non vi ho posta la linea di congiunzione, come nelle altre tutte, quali [p. 96]
si accordano tra loro all'unisono, e sono identiche dimostrativamente. Perché dove nella scala superiore vi è la ragione di 11 a 10 tra le due note terza, e quarta, nella scala inferiore tra le due note relative terza, e quarta vi è la ragione di 16 a 15, cioè il semituono maggiore. Dove nella scala superiore vi è la ragione di 13 a 12 tra le due note quinta, e sesta, nella scala inferiore tra le due note relative quinta, e sesta vi è la ragione di 10 a 9, cioè il tuono minore. Dunque concludo esser dimostrativamente, e fisicamente impossibile la deduzione della scala pratica comune dalla scala armonica de' suddetti strumenti naturali.

Ma nel presente sistema essendo tutto dedotto da' principj fisico, e dimostrativo dell'armonia integrale, ho debito di ricercare tal deduzione ne' principj stessi. Principio primo dimostrativo è la dupla in genere. Da questa ridotta a proporzione geometrica discreta con tutti li quattro mezzi si è dimostrato (proposiz. sesta, figura VII) proceder la sestupla estensione, di cui sono radici quadrate l'estremo, e i mezzi della dupla. E però nella dupla, e né suoi mezzi, come in radici, sta l'armonia sestupla integrale. Ma le radici dimostrativamente sono lo stesso, che le basi dell'armonia fisicamente, cioè Bassi fondamentali. Dunque tutti li termini suddetti, perché tutti egualmente radici quadrate, sono basi dell'armonia. E ciò in genere.

Da questa proposizione dipende la nozione intrinseca della natura della quinta diminuita, che in pratica si adopra come Basso fondamentale.

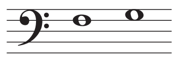


La sua radice dimostrativa è il mezzo geometrico 84;

e però giustamente in pratica è Basso fondamentale, se ben tra il semituono maggiore

e semituono formato dal mezzo 84

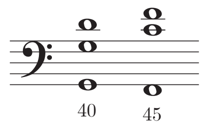
(in numeri primi 21, 20) vi sia la differenza di 63 a 64. Per altro la intrinseca divisione dimostrativa del tuono maggiore sesquiottavo



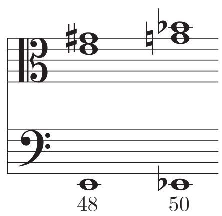
è questa;

e la dimostrazione è chiara nel prodotto di 14 per 15-210, di 20 per 21-420; e 210, 420 ragion dupla, come il prodotto di 8 per 9-72, di 6 per 6-36; cioè 36, 72. E come 8, 9 sono li mezzi formanti il centro geometrico discreto della dupla 6, 12; così il centro stesso 9, 8, è diviso nelle ragioni producenti la dupla; quali ragioni sostanzialmente sono la somma di 6, $\begin{array}{r}8;\\ 6\\ \hline 14\end{array}$ di 6, $\begin{array}{r}9;\\ 6\\ \hline 15\end{array}$ di [p. 97] 8, $\begin{array}{r}12;\\ 8\\ \hline 20\end{array}$ di 9, $\begin{array}{r}12;\\ 9\\ \hline 21\end{array}$ e 6, 8, 9, 12, dupla geometrica discreta.

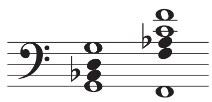
In specie poi, anzi in precisione si rileva negli esempi musicali 2, 3, 4, annessi alla figura VII, che le note musicali 40, 45, dell'esempio 3 (dimostrate mezzi armonico, aritmetico della dupla 30, 60) sono basi d'armonia, perché sono Bassi fondamentali, delle due note relative $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ dell'esempio 2, e delle relative Dlasolre, Ffaut dell'esempio 4.



Così egualmente succede nelle due note musicali 48, 50, dell'esempio 3 dimostrate mezzi armonico, aritmetico della sesquialtera 40, 60, quali sono basi dell'armonia formata dalle due note relative $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, dell'esempio 2, e dalle due note Gsolreut ♯, Bfà dell'esempio 4.



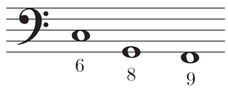
Anzi in maggior precisione si trova, che nell'armonia dipendente da' due mezzi della dupla non vi sono terze maggiori, perché queste appartengono alla sesquialtera, o sia quinta armonicamente divisa; e si tocca con mano la definizione dell'armonia procedente dal Basso fondamentale de' due mezzi della dupla dall'armonia procedente dal Basso fondamentale de' due mezzi della sesquialtera. Sono due modi veramente diversi di armonia. Perché la prima procedente da' due mezzi della dupla è bensì in proporzione armonica rispetto a' termini relativi dimostrativamente dedotti. Ma tale armonia non è ancora determinata, e concretata; il che tanto è vero, quantochè può ridursi all'armonia di terza minore aggiungendo agli stessi termini le note chiuse musicali.



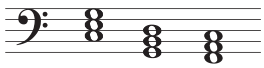
Ma non così rispetto all'armonia procedente da' de mezzi della sesquialtera, perché questo modo è determinato, e concretato all'armonia di terza maggiore da' termini relativi dimostrativamente dedotti. Ed ecco provato praticamente il fondamento del presente sistema nelle due ragioni; dupla potenza armonica, e però principio potenziale; sesquialtera atto armonico, e però principio [p. 98]
attuale del sistema. È chiaro, che di questi due modi di armonia il primo è di massima semplicità, perch'è nella dupla; il secondo è di minor semplicità, perch'è nella sesquialtera. Egualmente è chiaro, che questi due modi sono nella tripla, come ragione di sistema, perché sono inclusi dagli estremi $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{6}$ dell'esempio 2.

Ciò premesso, e stabilito si fa evidente la origine della scala comune diatonica. Si trasporti l'armonia della sestupla armonica: non tutta, perché superflua; ma quella sola porzione, che determina il sistema armonico, sopra le tre prime note musicali dell'esempio 3, già stabile di natura di Bassi fondamentali. La porzione di armonia, che determina il sistema armonico, è la quinta, o sia sesquialtera armonicamente divisa.

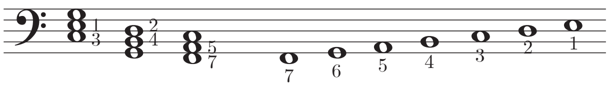
Le tre prime note musicali dell'esempio 3 sono l'estremo, e i due mezzi armonico, aritmetico della dupla geometrica discreta 6, 8, 9, 12;



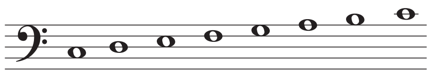
Il trasporto di quella tal porzione di armonia non è di arbitrio, ma di necessità, perché essendo il sestuplo sistema armonico dell'esempio 2 il primo, e il principalmente voluto dalla natura, e il sistema dell'esempio 3 procedendo dagli avanzi del primo, non può aver altra legge di armonia se non la determinata dal primo, ch'è il suo principio, e la sua cagione. Dunque la soprassegnata. Dunque l'armonia delle tre note prime musicali dell'esempio 3 sarà


.

Dico, che nelle tre armonie si trova la origine della scala comune diatonica in precisione di note musicali, e in precisione di ragioni. La precisione delle note musicali è patente, perché separate le note dalle tre rispettive armonie; indi congiunte successivamente tra loro secondo la idea pratica della scala per righe, e spazi, verrà in rigore dimostrativo la scala.

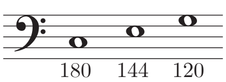


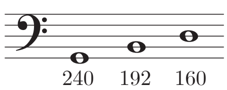
E per corollario cominciando dalla prima nota musicale Csolfaut, e trasportando in ottava acuta le note gravi, verrà la scala comune.

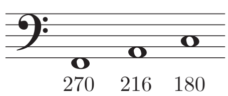


Dunque la scala procede dall'armonia, non l'armonia dalla scala. Dunque nel sistema musicale i tuoni, e semituoni non sono i minimi componenti; bensì le minime parti successive integranti.

Che questa scala sia la comune in precisione di ragioni, si dimostra. [p. 99]

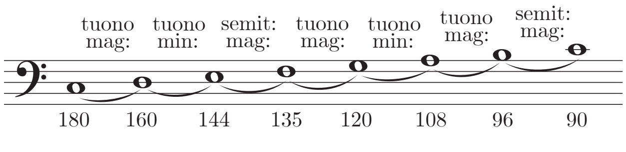
Siano 

. Saranno 

; saranno 

.

Dunque sarà la scala



.

Dunque eguale alla scala comune in precisione di ragioni.

Scoperta, e stabilita la origine della scala, vediamone l'uso. La scala, che veramente si usa, è la suddetta in precisione di note musicali, ma non in precisione di ragioni. La cagione si è l'organo, e clavicembalo costituiti dall'uso direttori, e regolatori dell'armonia musicale. Di fatto il Basso organico rinchiude tutta l'armonia; e cantanti, e suonatori si accordano con l'organo per ben' intuonare. Ma organo, e clavicembalo (se non si moltiplichino i tasti a dismisura) non hanno altro intervallo perfettamente accordato, se non la ottava; e quasi tutti gli altri intervalli di quinte, quarte, terze maggiori, e minori, tuoni, semituoni sono accordati per discretivo temperamento, e non secondo la ragione, o sia forma dell'intervallo rispettivo. Dunque è impossibile l'uso della scala suddetta in precisione di ragioni, perché in tal necessario temperamento le ragioni restano alterate nella loro forma. Per averne idea concreta, nell'organo, o clavicembalo tre terze maggiori, e quattro terze minori devono compire, e integrare una ottava

terze maggiori

terze minori.

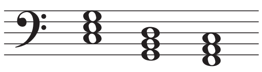
Dimostrativamente tre terze maggiori non arrivano a integrare la ottava.

64.	80.	100.	125.
64.	ottava		128.

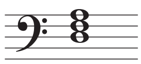
Quattro terze minori eccedono la ottava.

625.	750.	900.	1080.	1296.
625.		ottava		1250.

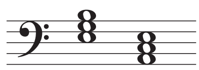
Dunque nel temperamento bisogna accrescer la forma 4, 5, delle terze maggiori, perché arrivino alla ottava; bisogna diminuire la forma 5, 6, delle terze minori, perché non eccedano la ottava. Il peggio si è, che questo tal temperamento non ha certa legge. Chi lo vuole eguale, [p. 100] chi più, e meno partecipato, chi più in un luogo, che in un altro. Ciò tanto è vero, quanto che presentemente e in Italia, e fuori d'Italia si studia molto per trovar quel tal temperamento ragionevole, in cui convengono, e si accordino le nazioni (in ciò tra loro discordanti), le quali fanno uso comune di questa musica, e di questi strumenti. Ma il caso è disperato, perché non vi è luogo a temperamento nella forma delle ragioni di sistema; e il pretendere di disormar le ragioni con ragione è contraddizione manifesta. Questo caso ha più bisogno di prudenza, che d'altro; ed io lodo infinitamente il sentimento del Padre Valloti nostro Maestro come il più ragionevole di tutti, perché il più prudente. Egli, dice, che si deve lasciare a' tasti bianchi dell'organo tutta la loro naturale perfezione; sì perché sono li naturali del Genere diatonico; si perché di questi nel servigio Ecclesiastico se ne fa il maggior uso: riducendo la massima imperfezione a que' tasti neri, che sono i più lontani dal Genere diatonico, e di quali niun'uso. In oltre osserva qual piacere risulta suonando l'organo (ed egli è stato eccellentissimo suonatore, come ora è compositore eccellentissimo, e vero Maestro dell'arte sua) dal confronto della perfezione maggiore, e minore degli accordi rispetto alle varie modulazioni, che occorrono. Se il temperamento fosse eguale, o poco più poco meno, non vi sarebbe certamente questo chiaro oscuro, quale in pratica produce ottimo effetto. Così egli intende, e per mio giudicio talmente bene, che non vi ha risposta ragionevole in contrario. Io nel mio Violino, dove suonando a doppia corda posso incontrar fisicamente la forma dell'intervallo, di cui è segno fisico dimostrativo il tal terzo suono, che deve risultare, ho il vantaggio per me, e per i miei scolari della sicura intonazione, e in conseguenza dell'uso reale della scala suddetta in precisione di ragioni. Bisogna però avvertire, che questa scala, benché dimostrativamente dedotta, non è perfetta intieramente in ciascun possibile confronto nelle note musicali costituenti. Tra Dlasolre 160, Alamirè 108 in note musicali vi è la quinta, o sia sesquialtera, la di cui forma è 3, 2. Ma comparando 160, 108 alla forma 3, 2, vi è la differenza di 80, 81. Dunque di tanto eccede Alamirè, o manca Dlasolrè per esser quinta perfetta. Lo stesso succede tra Dlasolrè, Ffaut, terza minore in note musicali. Ma la forma della terza minore essendo 5, 6, e li numeri dimostrativamente risultati essendo 160, 135; comparati alla forma 5, 6, si trova la stessa differenza 80, 81, di cui o eccede Ffaut, o manca Dlasolrè. Questa ragione differenziale di 80, 81, è il coma musicale famoso, sopra la di cui partizione per il temperamento dell'accordo tanto si è disputato, e si disputa ancora. Per me lo lascio a suo luogo, dove la natura lo ha posto senza pensare a dividerlo; e solamente osservo, (perché me ne dà l'occasione) che nella scala suddetta si trova tal imperfezione non già nell'armonia di terza [p. 101] maggiore,



ma nell'armonia di terza minore;

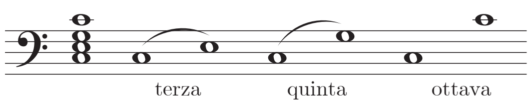


non già in genere; perché

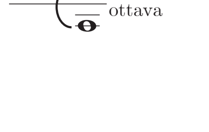


è armonia di terza minore di ragioni perfette secondo la forma; ma in specie, e precisione imperfetta, perché dipendente da Ffaut, ch'è mezzo aritmetico degli estremi dupli della scala, come per il contrario è perfetta l'altra, perché dipendente da Gsolreut mezzo armonico de' suddetti estremi dupli, e da Csolfaut termine principale della dupla. Questo è un nuovo segno dimostrativo della perfezione dell'armonico, della imperfezione dell'aritmetico sistema. Nulla di più m'impegno di questo punto, sopra cui attenderò, che si accordi tutta la musical Professione.

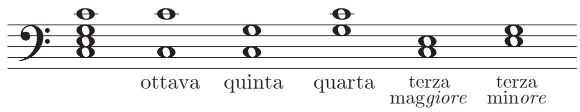
Passo alle conseguenze, che vuol dire alla sostanza del contrappunto inclusa intiermente nell'armonia, e nella scala. Si anderà per me svolgendo, spiegando in tutte le sue parti, le quali sono molte, sostanziali, e relative a tutto il sistema. Per ordinare il discorso premetto ciò, ch'ella fa come nozione pratica comune; ed è, che il Basso organico non essendo una semplice nota musicale, come sono le appartenenti alle parti cantanti, e suonanti, s'intende in pratica, che porti seco inseparabilemente, e per propria intrinseca natura l'accompagnamento di terza, quinta, e ottava; qual accompagnamento si spiega (in cambio di note musicali soprapposte) co' numeri 3, 5, 8, intendendosi la nota musicale del Basso per il numero 1.



Questi numeri non si segnano mai sopra il Basso fondamentale, perché vi s'intendano come inseparabili dal medesimo. Altri numeri dedotti da questi devono segnarsi, e vi è perciò la regola pratica, che vedremo tra poco. Esaminiamo ora questi numeri indicanti le note dell'armonia integrale. Si è dimostrato, che la estensione integrale dell'armonia è la sestupla.

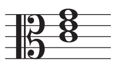


Comprende in se stessa, come si vede nell'esempio, una ottava, una quinta, una quarta, una terza maggiore, ed una terza minore. Quando nella pratica armonia del Basso organico vi siano inclusi tutti questi intervalli, bisognarà dire, che vi sia in compendio l'armonia integrale, e però che in pratica ottimamente s'intenda. Ma così è di fatto, perché in queste quattro note musicali vi sono tutti gl'intervalli suddetti. [p. 102]

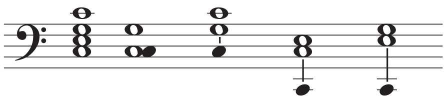


Dunque nell'armonia del Basso organico indicata da' supposti numeri $\begin{smallmatrix}8\\5\\3\end{smallmatrix}$ vi è il compendio dell'armonia sestupla integrale. Dunque in pratica è ottimamente stabilito il Basso fondamentale co' suddetti numeri inseparabili dalla nota indicante il Basso fondamentale.

A questa posizione di pratica armonia corrisponde dimostrativamente la porzione

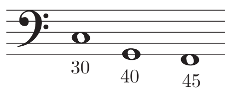


del sestuplo sistema soprapponendovi la sola ottava del Basso fondamentale, quale per dignità vi s'intende, perch'è la dupla fondamentale del sistema. Egualmente alla suddetta posizione corrisponde fisicamente il terzo suono, ch'è il vero Basso fisico, perch'è la sua radice:

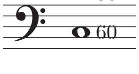


nulla importando, che il terzo suono rispettivo alla quinta, e alla quarta sia in ottava acuta del terzo suono rispettivo alla terza maggiore, e alla terza minore; ma unicamente importando, che sia Csolfaut, come lo è fisicamente. E però è inevitabile la posizione di Csolfaut, come nota di Basso fondamentale, perché di necessità fisica, e dimostrativa è tale rispetto al sistema armonico di terza maggiore, di cui presentemente si tratta.

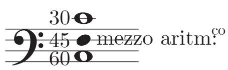
Ciò premesso, la prima conseguenza, che nasce dalle tre note musicali dell'esempio 3



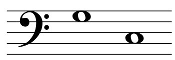
(intese sempre come Bassi fondamentali di armonia) è la nozione delle cadenza musicali, e della loro natura. Si è dimostrato Gsolreut 40 mezzo armonico, Ffaut 45 mezzo aritmetico della dupla, o sia ottava Csolfaut, csolfaut, cioè



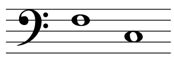
.



La cadenza è denominata dal mezzo, e però date queste due note successive

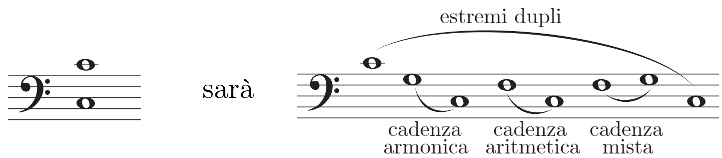


si chiama cadenza armonica, perché procede dal mezzo armonico al suo estremo. Date queste due note,



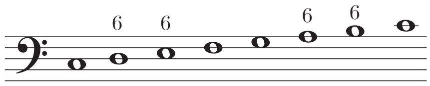
si chiama cadenza aritmetica, perché procede dal mezzo aritmetico al suo estremo. Date queste due note,

si chiama cadenza mista, perché procede dal mezzo aritmetico al mezzo armonico. La cadenza armonica si è chiamata dagli antichi Greci Autentica, la cadenza Aritmetica Plagale. Nulla [p. 103]
a noi per ragione de' nomi; basta sapere la loro dimostrativa deduzione. La idea di queste cadenze è appresso a poco la stessa, che risulta dal discorso ben formato. Ciò, che nel discorso è il senso del periodo, è nella composizione musicale la cadenza. L'effetto fisico della cadenza armonica è di armonia forte, maestosa, e vivace. Dell'aritmetica di armonia languida, ma dolce. Della mista di armonia sostenuta, e non intieramente determinata: quasi punto ammirativo del discorso. La loro intrinseca natura rispetto a' principj primi è di mezzo ad estremo, di certo a circonferenza: veri fulcri fisici dell'armonia successiva. Il loro ordine è dimostrativo, perché inseparabile dalla loro natura, e origine. La cadenza armonica è dimostrativamente la prima, e però la principale, e perfetta: corrisponde al sistema armonico. La cadenza aritmetica è dimostrativamente la seconda, e però meno principale, e meno perfetta: corrisponde al sistema aritmetico. La cadenza mista è dimostrativamente la terza, e però la meno principale, e meno perfetta di tutte: corrisponde al sistema geometrico, perché composta da due mezzi armonico, aritmetico. Dato l'ordine dimostrativo delle tre cadenze, quali devono necessariamente intendersi incluse da due estremi, da' quali hanno la origine, cioè dalla ottava,

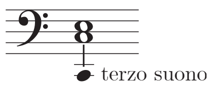


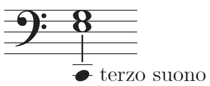
Da quest'ordine dimostrativo di cadenze, che forma un progresso di note di Basso fondamentale, nasce come da radice la modulazione musicale; e voglio dire il passaggio di una nota di Basso fondamentale ad un'altra nota diversa di Basso fondamentale. (Spiego in tal modo il nome di modulazione per uniformarmi al sentimento, e intelligenza comune, perché così in pratica s'intende la modulazione musicale, che in tal senso, ma più generale si chiama passaggio da un tuono ad un altro, come si spiegarà a suo luogo). Però ne viene, che per formar la integrale modulazione di Csolfaut (in pratica si dice costituire il tuono di Csolfaut, e costituire il tuono di Csolfaut vuol dire principiare, e finire il periodo musicale in Csolfaut secondo la natura delle cadenze a Csolfaut appartenenti) la pianta dimostrativa sia la suddetta, e in rigor matematico sia inalterabile sì in sostanza, che in ordine, perch'è principio primo, ed esemplare *a priori*, da cui poi la pratica deve, e può dedurre altri modi di modulazione, ma sempre da questo dipendenti.

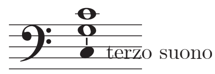
La seconda conseguenza, che nasce dalle tre note medesime dell'esempio 3, come formanti [p. 104] le tre cadenze, e come incluse dagli estremi dupli; in somma come dimostrativamente assegnate nell'addotto esempio, in cui sostanza, e ordine inalterabile, si è il numero armonico della vera scala organica, e non della supposta. Mi spiego. Praticamente si adatta la scala diatonica comune al Basso fondamentale, e a questa si soprappone per legge in tal numero organico indicante la tale armonia contenuta nelle parti cantanti, o suonanti, delle quali questa supposta scala è il Basso fondamentale. Li numeri organici, che per legge si soprappongono, confesso di non saperli intieramente, perché nelle ricerche da me fatte per averne esatta cognizione ho trovato ne' Maestri, e Compositori varie opinioni. La maggior parte però conviene ne' seguenti soprapposti.



Per intender la loro significazione bisogna notare in primo luogo, che quella nota, quale non ha numero alcuno, porta seco inseparabilmente (come si è detto sopra) li numeri $\begin{smallmatrix}8\\5\\3\end{smallmatrix}$, cioè terza, quinta, ottava. Non si segnano, ma vi s'intendono. Qualunque di queste note è per sé, e per propria intrinseca natura il vero Basso fondamentale, il che si è dimostrato co' numeri stessi, come compedio della sestupla; e si rileva fisicamente dal terzo suono. Perché come si è fatto vedere più volte,

dato 

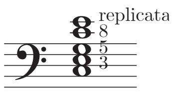
, dato 

, dato 

.

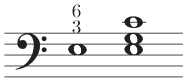
Dunque la nota, sopra cui s'intende il numero $\begin{smallmatrix}8\\5\\3\end{smallmatrix}$, è il vero Basso armonico fondamentale. Sia dunque chiamato (secondo l'esempio addotto) Csolfaut prima base.

In secondo luogo Csolfaut come prima base includendo nella sua armonia altre note, possono egualmente prendersi queste per Bassi fondamentali ogni qual volta conservino esattamente nel loro numero organico l'armonia di Csolfaut. Per esempio l'armonia di Csolfaut come prima base, è



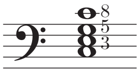
.

Lasciando fuori Csolfaut, può prendersi Elami, ch'è la sua terza maggiore, e porlo per Basso fondamentale con la condizione, che li numeri soprapostigli conservino l'armonia di Csolfaut. Dunque per necessità dimostrativa il numero organico di Elami (in pratica si chiama [p. 105]
l'accompagnamento) sarà



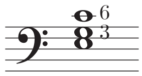
.

Perché l'accompagnamento di Csolfaut essendo



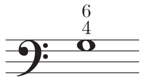
,

sottratto Csolfaut, resta



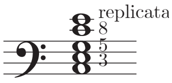
.

Il numero 3 di Csolfaut diventa la nota fondamentale Elami; il numero 5 di Csolfaut diventa il numero 3 di Elami; il numero 8 di Csolfaut diventa il numero 6 di Elami; e li due numeri 3, 6, vogliono dire terza, e sesta. Il numero 3 non si segna, ma vi s'intende. Il numero 6 si deve segnare, perch'è il suo segno preciso distintivo; e come vi s'intende il numero 3 senza segnarlo, così vi s'intende il numero 8 (ch'è la ottava di Elami) senza segnarlo. Si chiami dunque Elami (come terza maggiore di Csolfaut) seconda base a distinzione di Csolfaut, ch'è la prima base. Lasciando fuori Csolfaut, Elami, può prendersi Gsolreut, ch'è la quinta di Csolfaut, e porlo per Basso fondamentale con la stessa condizione di conservare ne' suoi numeri organici la stessa armonia di Csolfaut. Dunque per necessità dimostrativa il numero, o sia accompagnamento organico di Gsolreut sarà

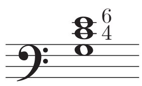


.

Perché l'armonia di Csolfaut essendo



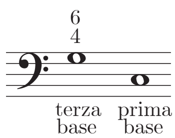
sottratto Csolfaut, Elami, resta



.

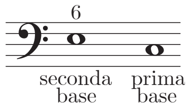
Il numero 5 di Csolfaut diventa la nota fondamentale Gsolreut; il numero 8 di Csolfaut diventa il numero 4 di Gsolreut; il numero 3 di Csolfaut trasportato per ottava acuta in 10, diventa il numero 6 di Gsolreut. Questi due numeri $\substack{6\\4}$ si devono segnare, perché sono il segno preciso distintivo, e vi s'intende il numero 8 (ottava di Gsolreut) senza segnarlo. Si chiami dunque Gsolreut (come quinta di Csolfaut) terza base a distizione di Elami seconda base, Csolfaut prima base. Altre note musicali non vi sono nell'armonia di Csolfaut, se non la sua ottava acuta, ma in questa si torna al numero primo $\substack{8\\5\\3}$.

Di queste tre basi è chiaro, che la prima ha in sé tutta la forza dell'armonia, perch'è la principalmente voluta dalla natura. La seconda base ha forza minore, ma ben usata ha molta vaghezza. La terza base è di forza minima; e non molti sono que' casi, ne' quali si possa usare con buon'effetto; e ciò circa l'uso in generale. Ma la sostanza è questa, che posto per esempio Gsolreut per Basso fondamentale col numero 4, ch'è il numero della terza base, si deve intendere, che la di lui prima base sia una quinta più sotto [p. 106]



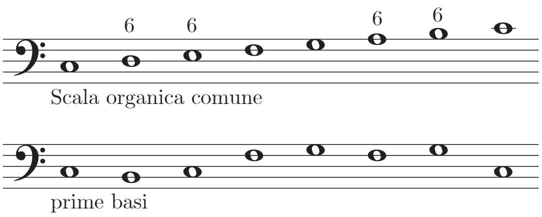
.

Dato Elami per Basso fondamentale segnato col numero 6, ch'è il numero della seconda base, si deve intendere, che la di lui prima base sia una terza più sotto.

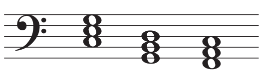


A ragguaglio posto per esempio Alamire per Basso fondamentale senza numero alcuno, sarà prima base. La sua terza, ch'è il numero 3, sarà la seconda base; la sua quinta, ch'è il numero 5, sarà la terza base; e tutte le tre basi saranno della stessa armonia. Ma soprapposto il numero 6 allo stesso Alamire, ch'è il numero della seconda base, sarà cambiata immediatamente l'armonia prima, e sarà Ffaut la sua prima base, una terza più sotto. Allo stesso Alamire soprapposto il numero $\frac{6}{4}$, ch'è il numero della terza base, sarà egualmente cambiata l'armonia prima, e seconda, e la sua prima base sarà Dlasolrè, una quinta più sotto.

Ciò spiegato ritorniamo a' numeri organici della scala diatonica comune posta per Basso fondamentale, e intesa dalla maggior parte de' Maestri, e Compositori, come legge dell'accompagnamento. Sia ridotta tutta a prime basi.

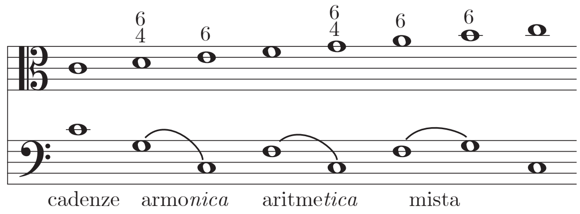


In questo esempio due cose sono evidenti. La prima, che l'armonia superiore, e inferiore è intrinsecamente la stessa. La seconda, che il progresso delle prime basi è talmente disordinato, e irregolare, che veduto da qualunque mediocre Compositore si concederà, e confesserà impraticabile. Ma se così è (e così è di fatto) come si può praticare il progresso della scala superiore, la quale intrinsecamente è lo stesso? E però se pessimo l'uno, e l'altro, come si può stabilire per legge di accompagnamento organico? Il fallo è nato da un falso supposto. Si è supposto, che la scala convenga tanto al Basso, quanto a qualunque delle parti cantanti, e suonanti; e sia quel dato, in cui tutte le parti gravi, medie, e acute debbano convenire. Il supposto è manifestamente fallo, perché la scala conviene di natura intrinseca alle parti medie, e acute. Le cadenze convengono di natura intrinseca alla parte grave, ch'è il Basso fondamentale; e le due cadenze principali procedono dimostrativamente per salto, e non per scala, come si è veduto nell'esempio [p. 107] delle cadenze. Per il contrario avendo io fatto vedere la deduzione della scala diatonica comune dall'armonia delle tre note di Basso fondamentale,

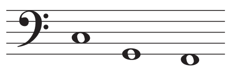


e la deduzione delle tre cadenze incluse da' suoi estremi dupli,

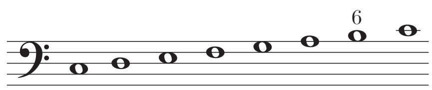
dico, che sopraposta la scala diatonica comune alle note del Basso fondamentale dimostrativamente ordinate nelle cadenze, e negli estremi, queste saranno il Basso fondamentale della scala diatonica comune, e si avrà il vero numero organico conveniente alla vera scala.



Le note sottoposte sono dimostrate; le soprapposte sono dimostrate. Dunque ec. ma così doveva essere, perché se la scala si è dedotta dall'armonia delle tre note;

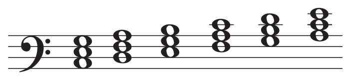


e se da queste tre note si sono dedotte, e ordinate le tre cadenze, è chiaro, che la scala si risolverà nell'armonia del suo principio, e della sua radice. Ecco dunque ad evidenza l'inganno, in cui si è incorso. Tanto è lontano, che la scala possa convenire al Basso fondamentale, quanto che anzi la scala è una deduzione dal Basso fondamentale. Non nego già, che per arte, e per deduzione da' principi primi non possa formarsi una scala, e valersi di una scala per Basso fondamentale. Lo concedo, e lo approvo, ma senza pregiudizio di queste due proposizioni. La prima, che né per natura, né per arte sarà mai deducibile con ragione la scala usata, e osservata come legge dalla maggior parte de' Compositori, e Suonatori di organo, e clavicembalo. La seconda, che per sé, per propria intrinseca natura, e per principio primo è fisicamente, e dimostrativamente certo, che la scala diatonica comune non può aver altri numeri organici nell'armonico sistema, se non i soprassegnati a confronto delle cadenze. Salve queste due proposizioni, troppo vi è da dedurre con ragione, e con ottimo effetto. Tanto è vero, che i Compositori del secolo decimoquinto, uomini eccellentissimi nell'arte, usarono per Basso fondamentale la scala seguente costituita [p. 108]
quasi tutta di prime basi.



La regola principale di questa scala è l'armonia, o sia l'accompagnamento possibile di terza (o maggiore, o minore), di quinta naturale, e di ottava in qualunque nota della scala.

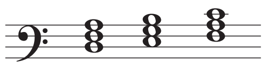
La ottava acuta vi s'intende



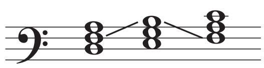
Resta escluso Bmì, come prima base, perché la di lui quinta naturale non vi è (vuol dire la quinta, o sia sesquialtera nella sua forma di 3, 2; o come si conta in pratica, composta di tre tuoni, e un semituono); ma in vece ha una quinta diminuita di un semituono, ch'è in ragione di 128, 135.

La scala diatonica comune non ammettendo nelle sue note né ♯, né ♭, perché non può esser alterata nella sua natura; e le prime basi non ammettendo in questa scala, se non le quinte giuste naturali; però Bmì non può esser nota di prima base. Deve poi esser seconda base. Perch'essendo la penultima nota, che con la ultima deve formar la cadenza armonica per determinare il tuono di Csolfaut, non può esser se non seconda base, perché di Bmì seconda base è prima base Gsolreut, che con Csolfaut forma la cadenza armonica.

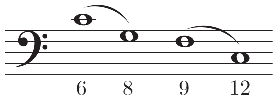
Questa scala, ch'è composta di unità armoniche, e aritmetiche integrali, e però per intrinseca natura tra loro disgiunte, ha molte, e particolari bellezze, ma inseparabili da qualche crudità di modulazione, da cui buona parte de' suddetti Compositori o non ha potuto difendersi a cagione della pianta stessa congiunta a molti impegni artificiali; o non ha voluto, non facendone stima. Questa crudità, e asprezza di modulazione nasce precisamente da Elami terza nota della scala, perché si è voluto costituire prima base. Da ciò ne viene, ch' essendo legge universale dell'armonia, (legge dedotta dalla sua natura) che non solo vi sia la intrinseca congiunzione delle parti col suo tutto, ch'è il Basso fondamentale nell'armonia equitemporanea; ma che si mantenga la congiunzione, e il legame dell'armonia successiva tra tutto, e tutto, cioè tra le note successive di prima base, le quali sono tutte Bassi fondamentali, è certo, che nella scala suddetta la costituzione di Elami prima base si oppone a questa legge, che per sé è verissima. Perché essendo chiuso Elami prima base da Dlasolrè anteriore prima base, da Ffaut posteriore prima base, sarà l'armonia delle tre note successive di prima base. [p. 109]



Nel legame, o sia relazione di quest'armonia successiva vi sono due tritoni (il tritono è un intervallo composto di tre tuoni, due maggiori, uno minore, la di cui forma è 32, 45, e il di cui accordo è aspro, e duro, e però proibito dalla pratica, in cui non si ammette se non con particolari condizioni). Ecco l'esempio.

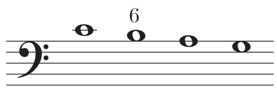


Dunque un tritono ascendente da Ffaut a Bmì, un altro discendente da Bmì a Ffaut. Dunque relazione, e legame di armonia cattiva, e contro la natura dalla scala, quale come pratico principio primo, dev'esser legge della ottima armonia sì equitemporanea, che successiva. Essendo impossibile, che vi sia difetto ne' primi principi, è segno, che il difetto è nella deduzione da' principi. Si esamini dunque il principio primo della scala suddetta. La pianta dimostrativa di questa scala sta nella dupla geometrica discreta 6, 8, 9, 12, considerata nelle due sequiterze 6, 8, 9, 12, congiunte ne' loro estremi dalla ragione sesquiottava 8, 9, formante il centro della proporzione; e però in note musicali sarà

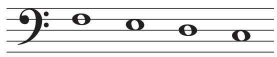


.

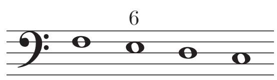
È certo, che il progresso naturale della serie delle proporzioni geometriche discrete è secondo il progresso del numero aritmetico, cioè dal meno al più, che in pratica corrisponde dall'acuto al grave; ed è certo, che volendosi formar scala della quarta acuta Csolfaut 6, Gsolreut 8, la stessa scala dovrà formarsi della quarta grave Ffaut 9, Csolfaut 12, perché sono ragioni eguali. Dunque secondo il progresso naturale della proporzione la formazione della quarta acuta dovrà dar legge alla formazione della quarta grave. Dunque è impossibile, che trovandosi Bmì seconda base nella quarta ridotta a scala,



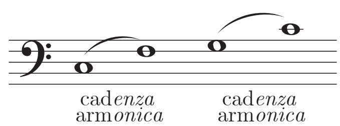
si possa trovar Elami prima base nell'altra quarta ridotta a scala;



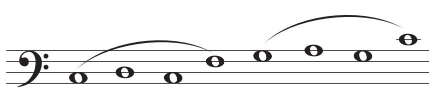
e però o nell'una, o nell'altra di queste due note musicali vi è l'errore. Ma in Bmì non vi può essere, perché per natura della stessa scala non può esser prima base, anzi per necessità della cadenza armonica dev'esser seconda base. Dunque l'errore è in Elami, quale in forza dell'eguaglianza dev'esser seconda base.



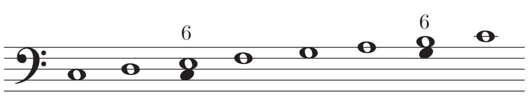
Ma più; lo dev'esser per necessità dimostrativa. La sostanza dell'armonia nella scala suddetta ascendente si riduce nella sua pianta semplice alle due cadenze armoniche,



la prima delle quali è determinata da Ffaut, la seconda da Csolfaut; e però la prima cadenza determina il tuono, o sia la modulazione in Ffaut; la seconda in Csolfaut. Dunque per necessità [p. 110]
della sua pianta semplice (ed è necessità dimostrativa) deve trovarsi nella pianta composta la cadenza armonica in Ffaut, come si trova in Csolfaut, per formar il tuono in Ffaut, com'è formato in Csolfaut. Dunque la pianta composta dovrà esser,



da cui la scala

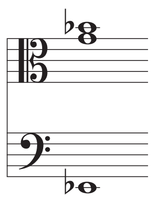


.

Così la scala è ottima nella sua armonia equitemporanea, e successiva, e così non vi è errore. In conseguenza non vi sarà crudità, né durezza nelle rispettive modulazioni.

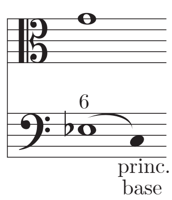
Giova poi sapere in qual modo, e con qual ragione siano poste nella suddetta scala le due note Dlasolrè, Alamirè, come prime basi, e come basi di armonia aritmetica, cioè di terza minore.

Per saperlo con ragione bisogna saper antecedentemente la legittima relazione, e distanza, che vi è tra le due scale di terza maggiore, e di terza minore. Voglio dire, che dall'armonia di terza maggiore deducendosi la scala di terza maggiore; dall'armonia di terza minore deducendosi la scala di terza minore, come si fa dimostrativamente qual è la prima nota della scala di terza maggiore, così deve sapersi dimostrativamente, qual debba esser la prima nota della scala di terza minore; e in conseguenza in qual relazione, e distanza si trovino tra loro queste due scale; il che è inseparabile dal sapersi in qual relazione, e distanza siano tra loro le due armonie di terza maggiore, e di terza minore. Il saper questo non è poca cosa, perché per saperlo dimostrativamente bisogna assegnare una nota di Basso fondamentale, che nello stesso tempo includa in se stessa le due armonie di terza maggiore, e di terza minore in diverso rispetto; ma tanto l'assegnazione, quanto il rispetto diverso devono essere dimostrativi. Questa tal nota di Basso fondamentale, includente in se stessa le due armonie di terza maggiore, e di terza minore in diverso rispetto, vi è nel presente sistema, ed è la ultima nota Elafà 50 dell'esempio 3 annesso alla Figura VII. Che includa in se stesso le due armonie suddette è chiaro. Perché posto Elafà per Basso fondamentale delle due note a confronto, cioè di Gsolreut $\frac{1}{6}$ dell'esempio 2, e di Bfà dell'esempio 4, si trova Elafà prima base di armonia di terza maggiore.

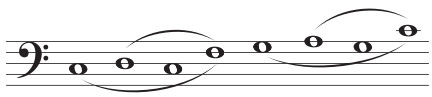
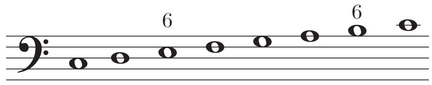


Posto Elafà (secondo la propria natura di mezzo aritmetico della sesquialtera, ossia quinta

già altrove dimostrato) a confronto di Csolfaut gravissimo, come Basso fondamentale costante (egualmente altrove dimostrato), e a confronto dello stesso Gsolreut $\frac{1}{6}$ dell'esempio 2, si trova Elafà seconda base di armonia di terza minore, di cui è prima base Csolfaut Basso costante. [p. 111]

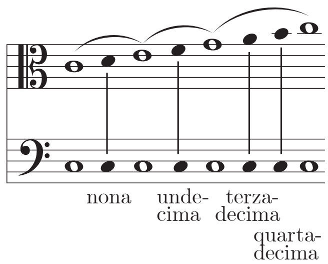


Dunque resta dimostrato, che Elafà include in se stesso le due armonie di terza maggiore, e di terza minore. La sua assegnazione è dimostrativa, come si vede dall'annessa Figura VII. Il rispetto è dimostrativamente diverso, perché l'armonia di Elafà è di terza maggiore rispetto a'seni, e di terza minore rispetto alle corde. Dunque ec. Assegnata questa nota, resta dimostrato, che la scala di terza maggiore alla scala di terza minore è in distanza di subsesquiquinta, o sia di terza minore. Perché da Elafà prima base (armonia di terza maggiore) a Csolfaut prima base di Elafà seconda base (armonia di terza minore) vi è la distanza di terza minore. Le scale di terza maggiore, e di terza minore sono dedotte dalle armonie rispettive di terza maggiore, e di terza minore. Dunque dalla scala di terza maggiore alla scala di terza minore vi è la distanza di terza minore. Dunque data qualunque scala di terza maggiore, la scala relativa di terza minore sarà più grave di una terza minore. Dunque data la scala di terza maggiore in Csolfaut, la relativa di terza minore sarà in Alamirè. Data la scala di terza maggiore in Ffaut, la relativa di terza minore sarà in Dlasolrè. Queste in precisione sono le due note Dlasolrè, Alamirè di prima base, poste nella scala suddetta, e congiunte relativamente al suo principio di armonia di terza maggiore, da cui procedono nella sesquiterza, o sia quarta comune,


da cui


L'effetto dell'armonia di questa nelle due modulazioni non può non esser ottimo, perché include in se stessa le due armonie di terza maggiore, e di terza minore a differenza della scala dedotta dall'armonia delle tre cadenze, quale è tutta per intrinseca natura di armonia di terza maggiore. E però questa, ch'è tutta di genere armonico, avrà bensì più forza; ma quella, ch'è mista de' due generi, armonico, aritmetico, avrà più varietà, e più dolcezza. Chi saprà opportunamente valersi o dell'una, o dell'altra, o della loro congiunzione secondo la natura de' Temi musicali, avrà l'effetto, che pretende ottenere. Conchiudo, che rispetto all'armonia, e modulazione io non trovo nel presente sistema se non queste due scale sole, come principj primi, e leggi universali. Qualunque altra da queste diversa, se sarà buona, e regolare, sarà di arte, e di deduzione: non sarà mai principio, né legge.

La terza conseguenza, che nasce intrinsecamente dalla scala suddetta, come formata di note successive, è la spiegazione della natura di ciascuna nota della scala, rispettiva a due sistemi, consonante, e dissonante. Alla scala suddetta si sottoponga Csolfaut, come Basso fondamentale costante e nella scala si distinguano le note dell'accompagnamento consonante di Csolfaut, cioè di terza, quinta, ottava, dalle note, le quali necessariamente restano escluse dall'accompagnamento. Sarà dunque [p. 112]

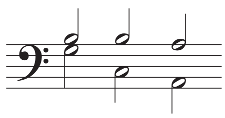


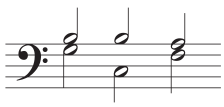
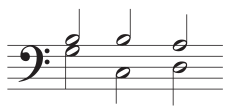
.

Dalle note escluse si deduce praticamente la natura, e l'ordine congiunto al maneggio delle dissonanze, come altrove si è dedotto dimostrativamente. La natura, perché qualunque delle note escluse si voglia congiungere all'accompagnamento consonante, la proporzione dell'accompagnamento, la quale per sé è di genere semplice o armonico, o aritmetico, diventa composta di doppio genere, cioè o armonico, e geometrico; o aritmetico, e geometrico; e però incompatibili tra loro, se non nel sistema dissonante. L'ordine delle dissonanze congiunto al loro maneggio, perché Dlasolrè, come nona, è la prima dissonanza, e si risolve nella sua nota prossima Csolfaut discendente per tuono. Ffaut, come undecima, o sia quarta, è la seconda dissonanza, e si risolve nella sua nota prossima Elami discendente per semituono. Alamirè come terzadecima, o sia sesta, è la terza dissonanza, è si risolve nella sua nota prossima Gsolreut discendente per tuono. Le tre note della risoluzione della dissonanza suddette sono le precise dell'accompagnamento consonante del sottoposto Csolfaut, come prima base; cioè Csolfaut, come prima base, risolve la nona; Elami, come seconda base di Csolfaut, risolve la undecima; Gsolreut, come terza base di

Csolfaut, risolve la terzadecima. E però le suddette tre dissonanze si risolvono sopra la stessa prima base Csolfaut per intrinseca natura della scala, e della costituzione del tuono di Csolfaut rispetto alle sue cadenze armonica, aritmetica, quali (come si è veduto altrove) apparecchiano, e risolvono le suddette dissonanze.

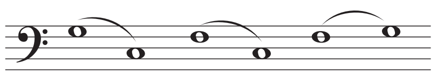
Non così della quarta decima, o sia settima Bmì, che nell'ordine è la quarta dissonanza. Avendo prossimo discendente per tuono Alamirè, quale non è incluso nell'accompagnamento consonante di Csolfaut, perché non è né terza, né quinta, né ottava, ma sesta di Csolfaut, è però impossibile, che la quartadecima, o sia settima si risolva in consonanza sopra la stessa base, di cui è dissonanza. Perciò nella risoluzione della settima è forza, che la prima base della dissonanza passi ad una base diversa per risolvere la dissonanza. Ma questa non potendosi risolvere se non in consonanza, e i numeri consonanti non essendo se non 3, 5, 8, non potrà la settima esser risoluta, se non in terza, in quinta, e in ottava rispettive ad una base diversa. Se in ottava, farà [p. 113]



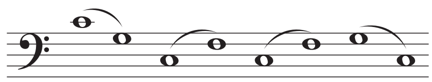
Se in terza  Se in quinta 

In questo esempio della scala diatonica comune congiunta al Basso fondamentale delle cadenze vi sono tutte le dissonanze pratiche musicali; non vi sono le due dissonanze dedotte dal presente sistema, cioè Gsolreut ♯, Bfà, dell'esempio 4 annesso alla Figura VII. Di queste si parlarà in fine del Capitolo, perché non sono del genere diatonico.

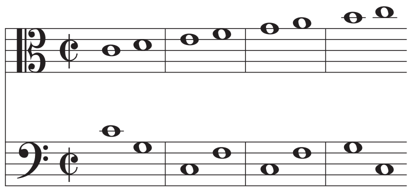
La quarta conseguenza, che nasce dalla scala, e dal Basso fondamentale suddetto, è la misura, o sia battuta musicale; il senso, e periodo musicale; il ritmo, o siano gli accenti musicali. La misura. Due note successive sono necessarie per formare cadenza, cioè uno de' mezzi della dupla col suo estremo, e li due mezzi tra loro, come già si è spiegato. Ma si osservi, che come nell'esempio tutte le cadenze si sono riportate a Csolfaut nota principale del tuono, e a' due mezzi rispettivi



(prima intenzione di natura), così senza dubbio alcuno in seconda intenzione di natura si possono considerar le cadenze in loro stesse, come nascono immediatamente, e dimostrativamente, cioè



In questa posizione è chiaro, che le cadenze sono di egual natura tra loro, come le note, che la compongono. E la nota, che propone la cadenza, è di egual natura alla nota, che determina la cadenza, come il mezzo è di egual natura al suo rispettivo estremo. Se di natura eguale, dunque di valor eguale di tempo, quando si vogliano ridurre a misura di tempo le note suddette (cosa necessaria in pratica per ridurre, e mantenere in unità equitemporanea di armonia le parti cantanti, e suonanti). Dunque le otto note musicali formanti le quattro cadenze devono esser tra loro di egual valore, perché sono tra loro di egual natura. Indi il tempo alla breve, in cui ciascuna cadenza forma una battuta di due tempi eguali, uno in giù, l'altro in su. [p. 114]



Da questo tempo, come da principio primo di misura procedono gli altri tempi eguali; e questo tempo ha correlazione con la forma 1, 2, della dupla disegnata in linea A B C . Come AB è eguale in linea a BC, così la prima nota della battuta è eguale in misura di tempo alla seconda. Come AB, BC integrano la linea AC, così le due note integrano la battuta. Oltre la forma di misura 1, 2, vi è la forma di misura 2, 3; come quella dalla dupla, così questa dalla sesquialtera A B C D . Come AB è eguale a BC, CD, così la prima nota è eguale a ciascuna delle altre due in questo tempo. Come AB, BC, CD integrano la linea AD, così le tre note eguali integrano la battuta di questo tempo, che praticamente si chiama di Tripola (nome corrotto da Tripla). Come le due ragioni dupla, e sesquialtera sono il fondamento integrale del musicale sistema, così li due tempi suddetti relativamente dedotti sono il fondamento integrale della misura, o sia battuta, oltre di cui nulla vi è da sperare di buono. Ciò tanto è vero, quanto che molti avendo tentato altre forme di misura, invece di buon effetto han trovato somma confusione; e così succederà sempre.

Da tal misura, per cui si dividono le suddette cadenze, nasce il senso musicale, e da molti sensi il periodo. Si è detto altrove, che la cadenza è fulcro di armonia. Qui si conferma, e si spiega. Nell'esempio sopraddotto il primo progresso del Basso è da Csolfaut (nota principale del tuono) a Gsolreut mezzo armonico, e con ciò si forma una cadenza, e una battuta. Qui vi è dunque senso musicale, perché vi è la ragione dell'estremo al mezzo armonico. Il secondo progresso è da Csolfaut a Ffaut mezzo aritmetico, e con ciò si forma un'altra cadenza, e battuta. Qui egualmente vi è senso musicale, perché vi è la ragione dell'estremo al mezzo aritmetico. Ma questo secondo senso è certamente diverso dal primo quanto è diverso il mezzo aritmetico dal mezzo armonico. Dunque tra il primo, e il secondo senso vi è intrinseca divisione, perché vi è intrinseca diversità. Il punto di questa divisione io lo chiamo fulcro di armonia, quale si trovarà sempre tra la nota, che determina la cadenza, e la nota successiva, che propone la nuova cadenza. Se poi ad altri piacesse chiamarlo altrimenti, si chiami pur come si vuole; basta che così s'intenda, perché così è. Da questi sensi determinanti dalle cadenze si forma il periodo intiero di quattro battute di tempo alla breve, come si vede nell'esempio suddetto, e questo è l'esemplare di natura, a cui nulla aggiungo del mio, se non la osservazione. Non però deduco la conseguenza, [p. 115]
che questi primi esemplari devano esser legge inalterabile universale. Mancherebbe alla musica una bellezza, ch'è la varietà in qualunque rispetto. Ma dirò bensì, che la varietà stessa deve avere in ciascun rispetto il suo esemplare, acciò non si divaghi a talento; e che il determinar le cadenze a suo luogo, e il ridurre il senso musicale a giusto periodo giova infinitamente alla spiegazione del tema in chi ascolta.

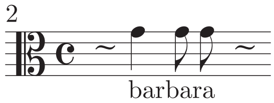
Dalle cadenze ridotte a battuta nascono gli accenti musicali, cioè accenti lunghi, e brevi nello stesso senso, che sillabe lunghe, e brevi. Se il ritmo de' Greci voglia dir questo, o altro, nulla a me. Io intendo accento lungo, e breve. Questo nella nostra musica è un punto di vista curioso. È certo, che noi abbiamo nella musica le note corrispondenti al valor delle sillabe. Dato per esempio un dattilo nella parola bārbără, abbiamo in giustissima relazione una minima, e due semiminime

perché la minima vale due semiminime, e però in precisione la minima è la sillaba lunga, le due semiminime sono le due sillabe brevi. Abbiamo una semiminima, e due crome

per la stessa ragione, che la semiminima vale due crome, e però quella, sillaba lunga, queste sillabe brevi. Abbiamo per la stessa ragione una croma, e due semicrome

ec. Dunque appare, che adattando un dattilo a tre note musicali in genere, la prima delle quali vaglia il doppio delle due seguenti, sia conservata rigorosamente la natura di quantità delle tre sillabe; cioè la prima lunga, e le altre due brevi. Appare, ma non è. La cagione non dipende dal valor delle note, le quali rigorosamente ne' dati esempj corrispondono al valor delle date sillabe. Dipende dal luogo della battuta, dove si porranno le tre note suddette. Sia il tempo ordinario, ch'è il più comune, e le tre sillabe siano espresse da una semiminima, e da due crome. Ecco in quanti luoghi della battuta di tempo ordinario è possibile la posizione.

1

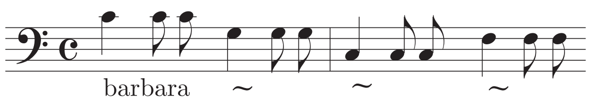

2


3


4


Altre posizioni non sono possibili, perché si torna alla prima. Ora è un fatto, che la prima, e la terza posizione risponde esattamente al valor delle sillabe. La seconda, e la quarta non risponde altrimenti, perché la seconda sillaba, ch'è breve, diventa lunga, e il risultato della pronunzia musicale ad onta della nota breve, e contro la volontà del musico è realmente bārbāră. Le note musicali essendo sempre le stesse, il dattilo sempre lo stesso, è chiaro, che la ragione del [p. 116] cambiamento della sillaba breve in lunga è il luogo, e non altro. Ma nella prima, e terza posizione il dattilo resta nella sua giusta forma di misura, e il luogo della sillaba lunga è il principio, e il mezzo della battuta, cioè il primo, e il terzo quarto. Per il contrario nella seconda, e quarta posizione il dattilo non resta nella sua forma, ma si cambia in un Antibacchio; e il luogo della sillaba breve cambiata in lunga è il mezzo della battuta, e il principio della susseguente, cioè (come sopra) il primo, e il terzo quarto della battuta. Dunque per natura intrinseca del luogo nel principio, e nel mezzo della battuta di tempo ordinario vi è l'accento lungo (e in conseguenza la sillaba lunga) indipendentemente dalla parola, e dall'arbitrio umano. Ciò tanto è vero, quanto che sottoponendo lo stesso dattilo alle stesse tre note in modo, che la ultima sillaba sia principio, o mezzo battuta,

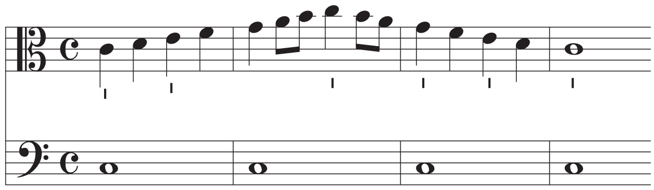
la ultima sillaba diventa lunga, bārbărā; né la diligenza del musico nel pronunciarla, né l'arte del compositore nell'abbreviar la ultima nota quanto si può rimedia al fatto, che così inevitabilmente succede. Io non ho altra ragione di questo fatto, se non la soprassegnata delle cadenze ridotte a battuta, come composte di due note di egual natura, e però di forza eguale; come fulcri di armonia; e come sensi musicali. È certo, che dividendo l'esempio addotto delle cadenze nel modo seguente



ec., e sottoponendovi tanti dattili, restano intieramente nella loro forma. È certo, che transponendo in qualunque altro modo la suddetta posizione, quando con la sillaba lunga non s'incontri la cadenza o in battere, o in levare, cioè o nel principio, o nel mezzo della battuta, le sillabe brevi si cambieranno in sillabe lunghe. È certo finalmente, che se per obbiettare si assegni l'esempio suddetto in note sempre unisone,

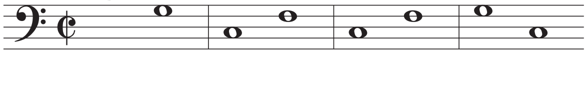
nelle quali appare che non vi sia cadenza, io risponderò, che vi è cadenza intrinseca nelle prime basi sottoposte. Altro è, che non vi voglia la cadenza nell'armonia propostasi dal compositore, quale può proporsi, se vuole, una e più battute sopra lo stesso Basso fondamentale: altro è, che in specie nella maggior parte di tali casi pratici non vi sia intrinsecamente la cadenza; e che in genere, e secondo il primo esemplare di natura non si voglia dall'armonia musicale la cadenza nel luogo suddetto. Questo basta, ed avanza per la mia ragione, da cui son persuaso, e convinto; [p. 117] cioè che l'accento lungo ne' due luoghi indicati proceda dalla forza della cadenza, di cui quello è il luogo naturale. Si voglia poi, o no la cadenza dal Compositore, resta non ostante l'accento lungo ne' due luoghi suddetti, come indipendente dall'arbitrio umano, dalle note, e dalle sillabe. Il più si è, che mi è noto abbastanza il pregiudizio contratto dal lungo uso della battuta, per cui una Orchestra intiera per lo più si accorda nell'accentare, o sia percuotere con maggior forza la prima nota di ciascun quarto del tempo ordinario, e molto più le due note del battere, e levare del tempo alla breve, perché o così si vede batter la misura dal direttore della orchestra, o così ciascuno batte da sé o col piede, o con la mente. E però formato, e prevenuto l'animo dal costume di sentire in que' luoghi una nota più forte, e in apparenza più lunga delle altre, va cercando ragione di ciò, che altro non è se non uso, e pregiudizio. Lo so benissimo, ma ciò non ostante rimango nella mia opinione. Il fatto si è, che indipendentemente dal costume musicale ho osservato più volte io stesso i balli popolari, e contadineschi diretti da un Cembalo: Strumento, com'ella sa, senza suono, e che (non posso dire, si suona) si tratta dalla mano sottoposta a forza di sole percussioni. Tre cose ho rilevato ad evidenza; percussioni maggiori, e minori equivalenti a lunghe, e brevi; relazione esattissima alle due misure musicali di tempo alla breve, e di tripola; le percussioni maggiori sempre nel principio della misura relativa. Giacché tal occasione qui, e in villa è frequente, ella Sig. Conte non la perda, e osservi; avrà maraviglia, e piacere di tanta precisione. Essendo io convinto da un fatto di natura, e persuaso, che in eguali circostanze lo stesso debba succedere appresso qualunque nazione, devo credere alla mia ragione appoggiata, e provata da un fatto, che mi libera da qualunque sospetto di pregiudizio.

Tutto ciò resta mirabilmente confermato dalla natura delle note discordanti. Queste note rispetto all'armonia non sono né consonanti, né dissonanti. Non consonanti, perché in niun modo sono incluse nell'armonia dell'accompagnamento consonante di terza, quinta, ottava; e si vuol dire, che non sono né in terza, né in quinta, né in ottava del basso fondamentale. Non dissonanti, perché sebben le note discordanti s'incontrano negl'intervalli di nona, undecima, terzadecima, e quartadecima, quali tutti sono intervalli delle dissonanze, e però comuni alle note discordanti, e alle dissonanti; nondimeno la loro natura, e il loro maneggio è ben diverso dalla natura, e maneggio delle note dissonanti. Perché queste devono apparecchiarsi, e risolversi; quelle si maneggiano sciolte da questa condizione, per sé sole, ascendenti, e discendenti. Le due condizioni necessarie al loro uso sono; prima, che siano chiuse tra le note consonanti anteriori, e posteriori dell'accompagnamento suddetto di terza, quinta, ottava, alle quali devono esser congiunte, come a loro principio, e loro scheletro (quasi vesti del corpo di armonia consonante). [p. 118]
Seconda, che nella battuta musicale abbiano il loro luogo preciso, fuori di cui l'uso loro diventa un sollecismo musicale. La loro origine è dalla scala ascendente, e discendente, ridotta a battuta in modo, che le note dell'accompagnamento consonante di terza, quinta, ottava si trovino nel principio, e nel mezzo della battuta: supposto il tempo ordinario, e supposto Csolfaut Basso fondamentale costante, come prima base.

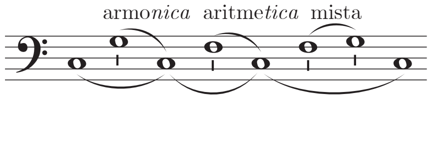


In questo esempio, ch'è di prima semplicità, e però esemplare della deduzione di modi infiniti, è chiaro non esservi cadenza alcuna, perché il Basso è una sola nota, e prima base costante. È chiaro, che le note della scala sottosegnate sono l'accompagnamento consonante di Csolfaut prima base, e sono tutte nel principio, e nel mezzo della battuta. È chiaro (e convengo con la intelligenza, e pratica universale) che l'anteporre, o il posporre per un quarto le suddette note sottosegnate è un sollecismo musicale.

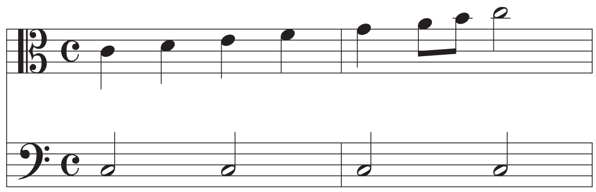
Ma questa scala essendo dedotta per arte (rispetto alla misura, o sia battuta) dalla scala anteriore, dimostrata per natura di parti eguali nel valore delle note a cagione delle cadenze, cioè


;

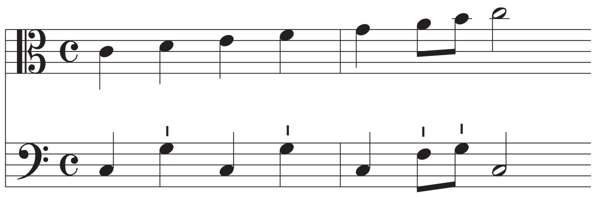
e queste essendo dedotte dal principio primo assoluto delle cadenze,



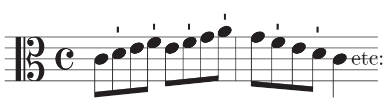
è altrettanto chiaro, che il principio primo assoluto delle cadenze è in Csolfaut per intrinseca natura. Da questo principio primo sottratte le note superiori acute sottosegnate, restano li quattro Csolfaut inferiori, con i quali s'incontrano identicamente li quattro Csolfaut sottoposti alla scala ridotta a tempo ordinario, e abbreviata per arte. [p. 119]



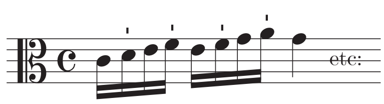
La prova è chiara aggiungendo le note sottratte.



Dunque la verissima regola di porre nel secondo, e quarto luogo, o sia quarto della battuta le note discordanti procede dal principio primo assoluto delle cadenze in Csolfaut, quale per intrinseca natura deve trovarsi nel primo, e terzo luogo, o sia quarto della battuta. Ma ciò succede in forza della cadenza. Dunque concludo di nuovo, che l'accento lungo ne' due luoghi suddetti procede dalla forza della cadenza: nulla importando, che sia espressa, o no, perché è prima intenzione di natura, che debba esservi, e che quelli siano i suoi luoghi. Sono infinite le deduzioni da questo esemplare, come principio primo, e importano un trattato pratico intiero. Ma io intendo di stabilire i principj primi esemplificati quanto bisogna, e nulla più: sapendo quanto ella sappia ben dedurre da sé. Aggiungo solamente per suo comodo la traccia delle deduzioni di queste note discordanti, perché si può dire un corollario della proposizione. Se le note discordanti nel tempo ordinario non possono usarsi se non nel secondo, e quarto luogo della battuta, perché devono esser chiuse dalle note dell'accompagnamento consonante, quali devono avere il primo, e terzo luogo della battuta, dunque a ragguaglio potranno usarsi molto più ne' quarti della battuta



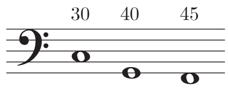
e negli ottavi



ec. *In somma in maggior resistenza di mezza battuta quanto si vuole; in maggior dilatazione di mezza battuta non mai*; e sarà il nono Canone musicale per le note discordanti. Può aver qualche eccezione rispetto a que' tali modi di espressione musicale, i quali sono familiari al [p. 120]
gusto corrente, in cui non si fa scrupolo di porre per sostanza ciò, ch'è modo della sostanza; vuol

dire in cambio delle note fondamentali della cantilena i modi di buon gusto dedotti dalle note medesime. Nell'uso di tali modi s'incontraranno benissimo le note discordanti nel principio, e nel mezzo della battuta. Ma essendo questa più che altro una licenza poetica del secolo corrente, nulla pregiudica alla verità del canone suddetto.

La quinta conseguenza, che nasce dalle tre note dell'esempio

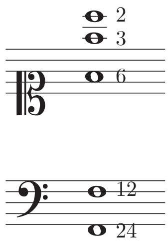


è la deduzione delle chiavi musicali di Ffaut, Csolfaut, Gsolreut. Di Ffaut per i bassi.

Di Csolfaut, per i Tenori, Contralti, mezzi Soprani, e Soprani.

Di Gsolreut per i Violini, Oboè, Flauti, ec.

Gli estremi naturali di grave, e acuto, e la relazione del mezzo nella totale estensione della voce umana sono appresso a poco;

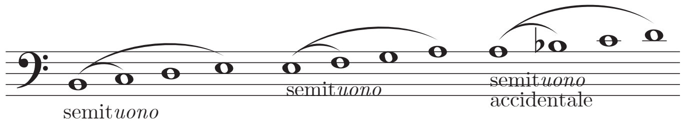


che vuol dire in duodecupla. Il di più nella voce umana è raro; negli strumenti la estensione è maggiore in grave, e molto più acuto, ma con poco buon effetto. Passo di volo per queste materialità musicali, bastandomi aver indicato il loro principio nelle tre note suddette: principio abbondantissimo, perché, com'ella sinora ha veduto, da questo procede quasi tutto il formale, e il materiale della nostra musica. Ma converrà andar ben adagio nelle scale relative alle chiavi suddette, intese come modi sì nel nostro senso moderno, come nel senso degli antichi Greci. A tal bisogno sarà istituito il capitolo seguente.

La sesta, e ultima conseguenza è la sorgente naturale de' due generi, cromatico, enarmonico, chiaramente indicata dall'esempio 4 delle dissonanze musicali. La natura di questi due generi è in sostanza la inspessazione della scala diatonica comune; e inspessazione vuol dire interposizione di altre note tra le date note della scala suddetta. Con ciò certamente si viene a inspessare la scala, perché non può mai succedere, se non aggiungendo alla scala quelle tali note, che dividano li tuoni, e semituoni naturali della scala in ragioni minori. Il luogo di tale

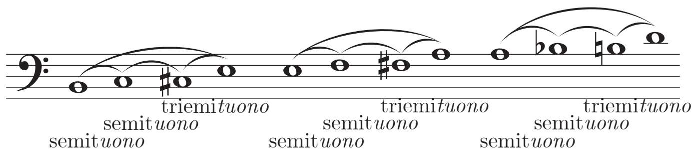
inspessazione appresso i Greci era assegnato per legge; ed era il luogo del semituono, ovunque si trova nella scala diatonica comune. Il confine della inspessazione era stabilito da un Tetracordo, o sia quarta, sì materialmente in rispetto alle quattro note costituenti il tetracordo, sì formalmente in rispetto alla ragion sesquiterza. Però i tre luoghi possibili della inspessazione [p. 121]
nella scala comune erano li seguenti.

Tetracordi naturali del genere diatonico



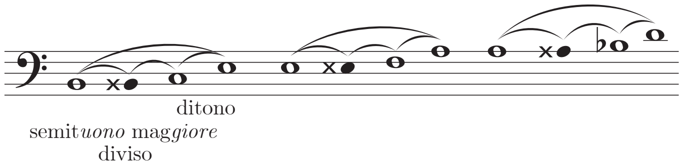
Se il genere era cromatico, il tetracordo si formava da due semituoni, e un triemituono indivisibile (una terza minore per salto, e non per scala); e si adoprava nella cantilena sì ascendendo, come discendendo.

Tetracordi del genere cromatico

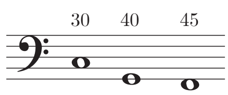


Se il genere era enarmonico, il tetracordo si formava dalla divisione del semituono maggiore in due semituoni, e da un ditono parimenti indivisibile (da una terza maggiore per salto, e non per scala); e si cantava egualmente ascendendo, e discendendo.

Tetracordi del genere enarmonico

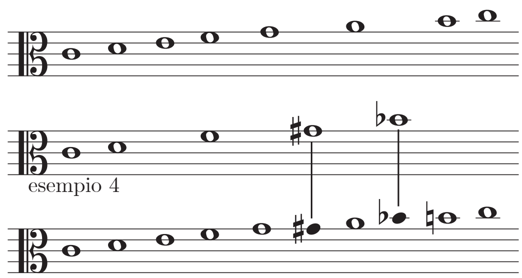


Li semituoni del genere cromatico, le divisioni del semituono maggiore del genere enarmonico, e li relativi triemituoni, e ditoni erano di molte specie secondo le diverse ragioni, o forme, con cui erano stabiliti. Gli effetti di tal genere di musica erano particolari, e distinti dagli effetti prodotti dalla musica del genere diatonico. Tutto ciò ho letto nel Zarlino, uomo ragionevole, e diligente raccoglitore delle cose antiche. Qual sia stata la cagione di divider la scala in tanti Tetracordi, i quali per legge comincino dal semituono maggiore; di moltiplicar i semituoni per formar il genere cromatico; di divider il semituono maggiore per formar il genere enarmonico, io non la so. Se poi mi si domanda, se in forza del presente sistema sia possibile la inspessazione della scala diatonica, e siano possibili due nature di armonia, e melodia, eguali alle melodie, o siano cantilene de' due generi cromatico, enarmonico, dico, che sì, e lo dimostro.



La scala diatonica comune dedotta dall'armonia delle tre note dell'esempio 3 sia posta a confronto delle note musicali dell'esempio 4. [p. 122]

Scala diatonica comune



Dunque riportando le due note segnate nella scala, sarà inspessata da Gsolreut ♯ tra Gsolreut naturale, e Alamire; sarà inspessata da Bfa tra Alamirè, Bmì. Ma l'esempio 4 è del sistema. Dunque per sistema è inspessata la scala diatonica comune. Si osservi di passaggio in questo confronto, che la seconda, e terza nota dell'esempio 4 è naturale della scala diatonica, ma la quarta, e la quinta nota non è naturale; e che la seconda, e terza nota si trova tra la quinta Csolfaut grave, Gsolreut della scala, ma la quarta, e la quinta nota si trova tra la quarta Gsolreut, Csolfaut acuto della scala: segno manifesto della perfezione della quinta Csolfaut grave, Gsolreut, e della imperfezione della quarta Gsolreut, Csolfaut acuto, in cui è solamente possibile la suddetta sistematica inspessazione.

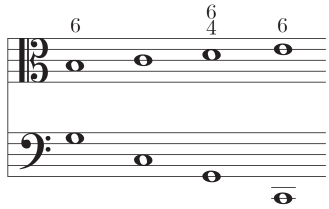
Data tale inspessazione trovo possibile nella scala inspessata la melodia di queste note.

Qui sono i due semituoni, minore tra Gsolreut, e Gsolreut ♯; maggiore tra Gsolreut ♯, e Alamirè. Vi è la sesquiquinta, o sia terza minore tra Alamirè, Csolfaut, e gli estremi sono in quarta. Dunque è formato un tetracordo secondo la natura del genere cromatico, ed è formato per sistema.

Non basta però aver formato la melodia, o sia cantilena, quando questa non sia fondata nell'armonia, la quale in ogni modo dev'esser il principio primo. Perché se dall'armonia si è dedotta la scala diatonica comune, egualmente dall'armonia si deve dedurre la sua inspessazione, e in conseguenza la cantilena suddetta. Non basta ancora. Quest'armonia dev'esser intrinseca al sistema, e deve nascer da necessità di principio indipendente da qualunque arbitrio risulti il tetracordo cromatico suddetto con tutte le sue condizioni. La legge è severa, ma giusta. Perché io non intendo, né mi sarà mai dato ad intendere, che gli antichi tetracordi de' due generi suddetti, cromatico, enarmonico, siano dedotti per necessità di principio. Sono dedotti arbitrariamente, e nulla più. Mi spiego con la prova. Sia il tetracordo diatonico, [p. 123]

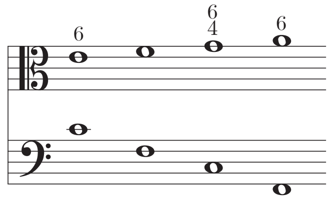
e sia ridotto alla sua armonia, e modulazione naturale secondo i dimostrati numeri della scala diatonica, sarà.

Basso fondamentale di prima base



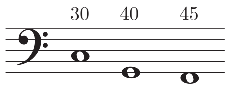
Dunque la modulazione è in Csolfaut, ed è formato (come si dice praticamente) il tuono di Csolfaut. A ragguaglio il tetracordo diatonico,

Basso fondamentale di prima base

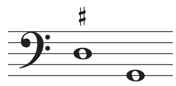


e sarà formato il tuono di Ffaut. (Ometto per ora il tetracordo diatonico,

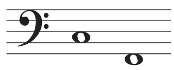
perché come accidentale, si esaminarà a parte). È certo, che li due tetracordi suddetti nella loro modulazione conservano esattamente la natura del tuono di Csolfaut. La cosa è chiara, perché le prime basi armoniche di Csolfaut essendo le tre note dell'esempio 3,



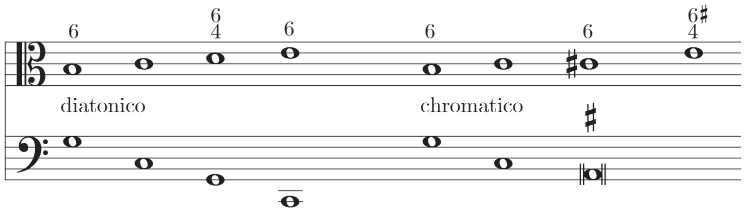
in qualunque di queste si formarà cadenza, si sarà in natura di Csolfaut; e solamente non si potrà formar cadenza armonica in Gsolreut, perché di questa nota non vi è nella scala diatonica la nota relativa, la quale per formar cadenza armonica dovrebbe esser,



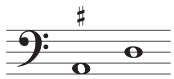
cioè Dlasolre con terza maggiore, come vi è in Ffaut.



Stabiliti li due tuoni di Csolfaut, e di Ffaut relativi a' due tetracordi diatonici suddetti, resta a vedere qual sia la possibile relazione di armonia successiva, o sia di modulazione, che non per arbitrio, ma per necessità sia congiunta a' due tuoni suddetti. Secondo le cose sinora dimostrate è chiaro altra armonia successiva, o sia modulazione in tal senso non esser possibile, se [p. 124] non il passaggio della prima base di terza maggiore alla sua relativa prima base di terza minore; cioè da Csolfaut in Alamirè, da Ffaut in Dlasolrè. Perché queste due note sono necessariamente tra loro congiunte, e lo sono in sì fatto modo, che data l'una s'intende l'altra, come si è fatto vedere a suo luogo. Indi la pratica musicale ha dedotto le scale tra loro relative di terza maggiore, e di terza minore, delle quali sono segni comuni gli accidenti, che o non vi sono, o vi sono in chiave. Data la scala di Csolfaut, niun accidente vi è in chiave. Egualmente nella scala di Alamirè, perch'è la sua relativa di terza minore. Data la scala di Ffaut, se vi è in chiave il bemolle, vi sarà egualmente in Dlasolrè; perch'è la sua relativa di terza minore ec. Ma se ciò è vero, com'è possibile, che dedotto il tetracordo cromatico dal tetracordo diatonico di Csolfaut, l'armonia successiva, o sia la modulazione del tetracordo cromatico esca dalla natura del tuono di Csolfaut, e proponga il tuono in Dlasolrè terza minore, che in niun modo appartiene a Csolfaut, ma bensì a Ffaut, come suo relativo di terza minore? Ecco il Tetracordo cromatico dedotto dal Tetracordo diatonico di Csolfaut.

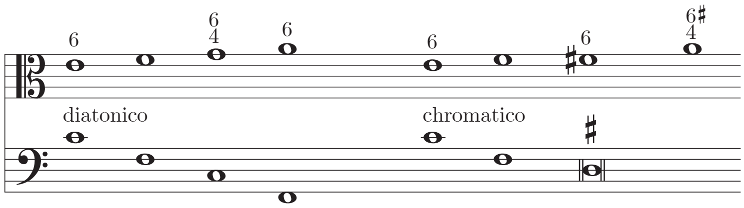


Quando si aggiunga il ♯ a Csolfaut, è chiaro, che il Basso fondamentale Alamirè diventa prima base di terza maggiore, e propone la cadenza armonica di Dlasolrè.



[p. 125]

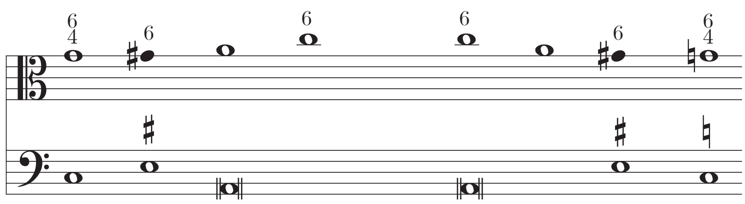
Lo stesso succede nel Tetracordo Cromatico dedotto dal diatonico di Ffaut.



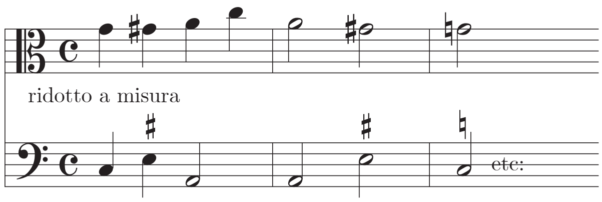
Il Basso fondamentale propone la cadenza armonica in Gsolreut terza minore, che in niun modo appartiene a Ffaut, ma bensì a Bfa, come suo relativo di terza maggiore.

Io non so certamente cosa si possa rispondere, senonché gli antichi Greci non l'hanno intesa in questo modo; sì perché l'armonia equitemporanea (almeno secondo la comune opinione) non era tra loro in uso, o perché non cognita, o perché non voluta; sì perché hanno supposto, che da minimi intervalli musicali si compongano i massimi, e in tal supposizione avevano arbitrio di dividere, e suddividere a talento l'intervallo minimo diatonico, ch'è il semituono maggiore, o moltiplicarlo sotto altra forma. Ma nulla conclude, se questo, o altro mi si risponda. L'armonia equitemporanea (e in conseguenza la successiva) è voluta dalla natura; li minimi intervalli procedono da massimi, e sono proposizioni dimostrate. Dunque o per arbitrio, o per falso supposto si sono dedotti nel tal modo, e nel tal luogo dagli antichi Greci li due generi cromatico, enarmonico, perché il cromatico non risponde alla natura del suo principio, e si è veduto; lo stesso si vedrà dell'enarmonico.

Sia ora posto all'esame il tetracordo cromatico del presente sistema, dedotto necessariamente nel tal modo, e nel tal luogo; e sia ridotto all'armonia successiva, o sia modulazione ascendendo, e discendendo.

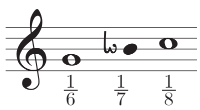


[p. 126]

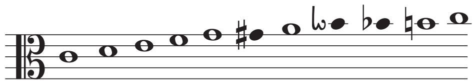


Il risultato parla da sé. La modulazione passa in Alamirè terza minore. Dunque nel tuono di terza minore intrinsecamente congiunto a Csolfaut. La cantilena ascendendo, e discendendo passa necessariamente per gl'intervalli costituenti il tetracordo, e l'armonia è ottimamente, e necessariamente congiunta. Dunque il vero tetracordo cromatico è questo e per il modo, e per il luogo, e per natura, e per sistema. Se poi incontrandosi nella cantilena non s'incontra nel modo, e nel luogo del greco cromatico tetracordo, la colpa non è mia: è del presente sistema, dalla di cui forza son condotto. Posso aver errato non intendendo il sistema Greco. Ma non posso aver errato nella prova datagli per dedurre la sua verità, o falsità a confronto del presente sistema.

Passo al tetracordo enarmonico, per la cui legittima deduzione è necessario ricordarsi l'esempio addotto nel capitolo primo per la produzione del terzo suono, come basso armonico fondamentale. Nell'esempio suddetto vi sono segnati tre intervalli in ragione sesquisesta; e sono il sesto, l'ottavo, e il decimo. Appajono terze minori, ma non sono; ed ivi ho dimostrato, che sono minori della sesquiquinta, o terza minore della ragione 35, 36, perché la forma della terza minore è 42, 35: in numeri primi 6, 5; la forma de' suddetti intervalli è 42, 36: in numeri primi 7, 6. Ho spiegato, che nascono dalla divisione armonica della sesquiterza, o sia quarta,



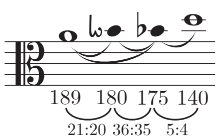
ed ho avvertito, che questo intervallo è di facilissima intonazione sopra il Violino, ed è voluto dalla natura armonica, perché si trova fatto dalla natura nelle Trombe marine, e da fiato, e ne' corni di caccia: strumenti, ne' quali non ha luogo l'arbitrio umano; ma la sola fisico-armonica natura. Si aggiunga dunque in nota musicale il termine $\frac{1}{7}$ costituente il suddetto intervallo alla scala diatonica comune inspessata dall'esempio 4; e questa nota aggiunta si segni con la cifra ♭ a distinzione di Bfa segnato con la cifra ♭. Sarà.



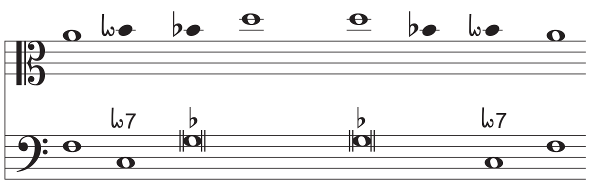
[p. 127]

Data l'aggiunzione di questa nota, trovo possibile nella scala suddetta la composizione di un tetracordo enarmonico; cioè del semituono maggiore diviso in due semituoni minori, e di un ditono, o sia terza maggiore in queste note.

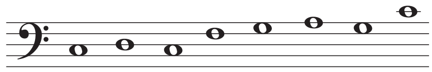
forme



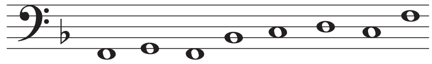
Ridotto per il suo Basso fondamentale all' armonia sì ascendendo, come discendendo, sarà.



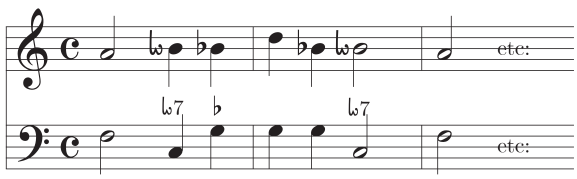
È chiara dal risultato la formazione del tuono in Ffaut, di cui è nota fondamentale relativa Gsolreut prima base di terza minore rispetto alla seconda scala di Csolfaut altrove dimostrata,



quale trasportata in Ffaut è.



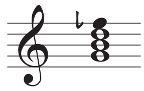
Di fatto ridotto per modo di esempio il suddetto tetracordo enarmonico ascendente, e discendente a misura,



non solo si fa evidente a qualunque compositore la formazione del tuono di Ffaut, ma io dico di più per mia sperienza, e per consenso comune de' Professori ammessi alla sperienza, che aggiunto un secondo Violino, a di cui confronto il primo Violino può distinguer ottimamente con la intonazione la piccola differenza, che vi è tra 𝄫fa, e ♭fa, l'effetto è talmente grato, che nulla più. La sperienza (per l'effetto più sensibile) fa instituita per quinta in acuto. [p. 128]

Il segno ♭ equivale nel trasporto al segno 𝄫.

Si opporrà da' Compositori in genere (eccettuato sempre il nostro Vallotti) che in questo vi è un sollecismo musicale, perché nella seconda nota del Basso vi è una settima, la quale non solo non è risoluta discendendo per semituono, com'è risoluta la stessa settima della penultima nota; ma di più scende, ch'è molto peggio, e contro ogni regola musicale. Io aggiungo, nemmeno è apparecchiata, e pure sta ottimamente bene, perché così deve stare dimostrativamente, e fisicamente. Dimostrativamente, perché sebben l'armonica sestupla estensione non ammette nella sua unità integrale $\frac{1}{7}$ oltre $\frac{1}{6}$, ch'è il suo confine, non è però che il sistema armonico rispetto alla sua natura non possa progredire ad $\frac{1}{7}$, ad $\frac{1}{8}$ ec. Anzi da questo in precisione dimostrativa procede, che se la estensione sta nel suo confine di $\frac{1}{6}$, risulta il genere diatonico (indi la sua perfezione, perché come la sestupla estensione ha per radice la dupla, e li suoi mezzi, così il genere diatonico, che procede dalla sestupla estensione, dipende intieramente dalla dupla); se la estensione oltrepassa $\frac{1}{6}$, risulta il genere enarmonico, il che è evidente nell' esempio stesso. Fisicamente, perché date in armonia queste note,

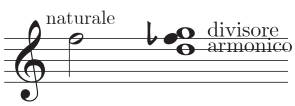


dico, che comparate in qualunque modo tra loro, si avrà sempre terzo suono Gsolreut, ch'è il basso armonico fondamentale. Dunque una tal settima è consonante, non dissonante. Dunque non ha bisogno di esser apparecchiata, né di esser risoluta; può ascender, e può discendere; e quando la intonazione sia giusta, starà egualmente bene. [p. 129]

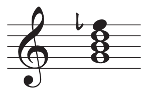
Perciò nelle Trombe da fiato, e marina, ne' Corni da caccia, dove per natura vi è la nota suddetta (basta, che i Professori rispettivi la cerchino), non dev'esservi scrupolo alcuno di usar questo passaggio, quando bisogni;

tromba

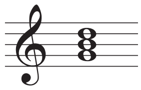
altrimenti sarebbe lo stesso, che pretender con l'arte nostra di correggere la fisicoarmonica natura. Il meglio si è, che appresso a poco si fa lo stesso della pratica comune. Alla quinta nota del tuono, che formi cadenza armonica con la nota principale del tuono, si dà la settima senz'apparecchiarla. Nelle cadenze finali è uso quasi generale dell'accompagnamento organico di aggiunger la settima alla nota, che propone la cadenza finale. Regola non vi è, anzi è contro la regola, perché tal settima non è apparecchiata. Ma la natura ha più forza dell'arte. Il piccolo divario, che vi è tra Ffaut naturale, e Ffaut divisore armonico della quarta



non basta a cambiar l'armonia,

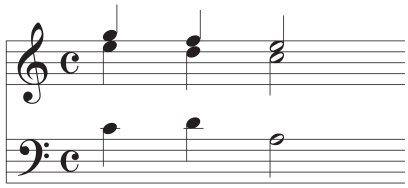


e l'orecchia resta più convinta, e persuasa dalla forza, e dall'ottimo effetto de' tre termini armonicamente disposti,



che dalla forza del quarto termine solo, ch'è il Ffaut naturale aggiunto per settima, qual essendo molto prossimo al vero termine armonico suddetto, nulla, o poco disturba l'ottimo effetto dell'armonia. Indi ne viene, che ad onta di qualunque regola, date le due parti,

non vi è, né vi può esser altro Basso armonico, se non questo. E quando si voglia,

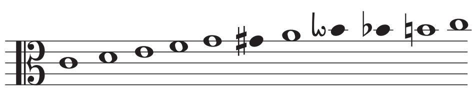


questo Basso (ottimo in se stesso) non è della scala prima armonica, ma della seconda scala a suo luogo assegnata, e dimostrata.

Torno al Tetracordo Enarmonico, e dico, che questo è il possibile, come voluto dalla [p. 130]
natura del tuono, e dall'armonico sistema. Fuori di questo né per natura, né per sistema io non so vederne altro, perché non so in qual modo siano riducibili li Tetracordi Enarmonici de' Greci a regolata armonia, e a formazione di tuono necessariamente relativo al tuono principale. Quando manchi tal condizione, dico, che sono formati per arbitrio, e non per necessaria ragione.

Ora vengo alle due ultime dissonanze dell'esempio musicale 4,

per la di cui totale intelligenza era necessario premettere (come si vedrà) la inspessazione della scala diatonica comune secondo il presente sistema. Replico per tal bisogno l'esempio della scala suddetta.

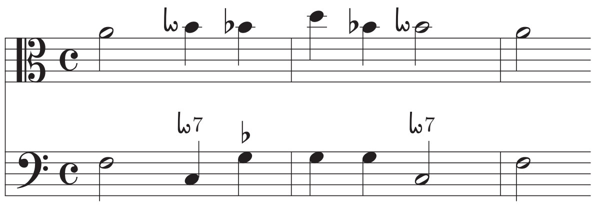


Dico, che la dissonanza di duodecima formata da Gsolreut ♯ è dissonanza del genere cromatico, perché se il tetracordo cromatico è,

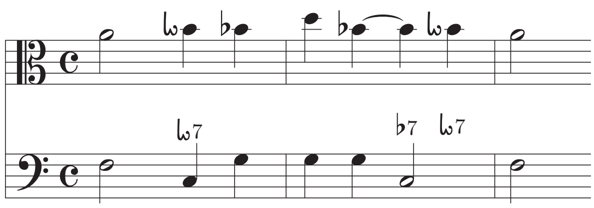
sarà dunque la dissonanza, e il suo luogo naturale.

Dunque la dissonanza, e in conseguenza il semituono minore, la di cui forma è 24, 25, è del genere cromatico.

Dico, che la dissonanza di quartadecima, o sia settima formata da Bfà, è dissonanza del [p. 131] genere enarmonico. Perché se il tetracordo è,

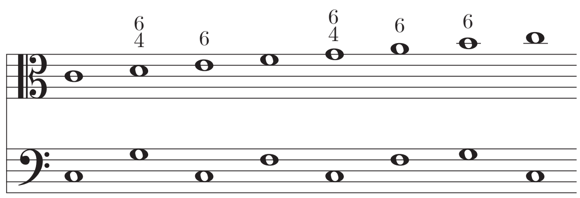


sarà dunque la dissonanza, e il suo luogo naturale.



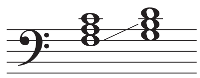
Dunque la dissonanza, e in conseguenza il semituono minimo, la di cui forma è 35, 36, è del genere enarmonico.

In questo esempio si vede il caso, in cui la settima risolve sopra la stessa base, perché la settima dissonante ♭fà risolve nella settima consonante 𝄫fà, di cui è vera base fisico-armonica il sottoposto Csolfaut. In forza di questo esempio si rende praticamente chiara la natura circolare dell'armonico sistema. La scala diatonica comune ridotta all'armonia (come si è veduto) è

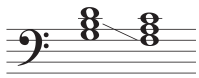


.

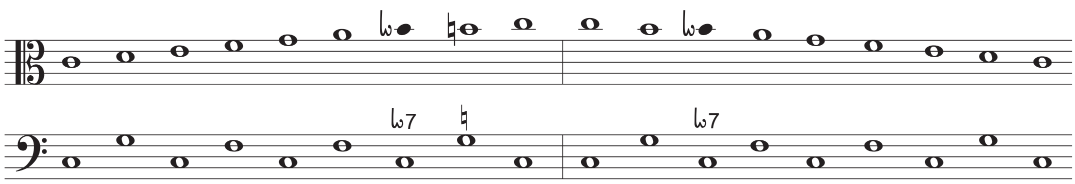
Questa scala, come ascendente, va ottimamente secondo la natura dell'armonia successiva. Perché sebben nella sesta, e nella settima nota del Basso fondamentale vi sia la cattiva relazione del tritono,



ciò non ostante non può negarsi la successione, come ottima del mezzo armonico Gsolreut al mezzo aritmetico Ffaut. Perché Ffaut essendo il mezzo imperfetto, Gsolreut il mezzo perfetto, il progresso dalla imperfezione alla perfezione, è voluto con tal chiarezza dalla natura universale delle cose, che non si resta da dubitare se tal progresso sia d'intenzione della natura; e molto più nell'armonico sistema, dove in genere il progresso è dal quadrato al circolo, dalla moltiplicità alla unità, e in ispecie dalla dissonanza alla consonanza. Ma la scala sesta, come discendente, va male per la stessa ragione, perché si trova il tritono tra Gsolreut, che nel discendere diventa primo, e Ffaut, che diventa secondo. [p. 132]



Ora è certo, che questa relazione, e questo passaggio dal perfetto all'imperfetto non è voluto dalla natura armonica successiva, perch'è contro la sua intenzione; e se i compositori usaranno tal passaggio, commetteranno errore. Ella Sig. Conte mi domandarà, come mai possa darsi questo inconveniente nella scala suddetta, la quale finalmente è una dimostrazione. Io le rispondo, che deve darsi per necessità di principio. Se il sistema è armonico *a priori*, deve ascender la scala, e non discendere, perché il progresso armonico per natura di principio è dal grave all'acuto. Si trovarà dunque tutta la perfezione ascendendo; si trovarà segno d'imperfezione discendendo. Ma quando alla scala suddetta vi sia aggiunta ♭fà, ch'è l'aggiunto al sistema enarmonico, ed il voluto dalla natura fisico-armonica negli strumenti più volte mentovati, Trombe, Corni di caccia ec., non solo si toglie qualunque inconveniente, ma nel Basso fondamentale fisico-armonico risulta la natura circolare. Ecco l'esempio.



Dunque discendendo la scala, il Basso si rivolge in se stesso; e questa è la natura circolare.

Dall'aggiunzione della nota suddetta si vede di nuovo il caso, in cui la dissonanza di quartadecima, o sia settima maggiore risolve rigorosamente sopra la stessa prima base, come risolvono tutte le altre dissonanze:

segno manifestissimo della universal perfezione dell'armonico sistema, quando fedelmente sia osservata la sua natura, e gli si congiungano li sistemi dedotti, sicché diventi un solo sistema universale. La proposizione è vera, purché si distingua sostanzialmente il genere diatonico dagli altri due generi. Mi spiego, e la spiegazione porrà affatto in chiaro quanto sin qui si è detto, e dimostrato il confine della progressione armonica dentro la sestupla, e nulla più. E ciò in forza della ragion dupla, la quale per sé stabilisce sistema perfetto, e universale, ch'è il diatonico, a differenza degli altri due sistemi, Cromatico, Enarmonico, imperfetti, e particolari. La perfezione, [p. 133] e universalità del genere diatonico a confronto degli altri due si fa evidente in pratica, quando appunto de' tre generi si faccia un solo sistema. Perché rispetto al sistema consonante universale l'armonia del tuono principale della composizione non può, né dev'esser se non del genere diatonico consonante, cioè di terza, quinta, ottava, e nulla più. Da ciò ne viene, che qualunque nota, che sia principio, e fine di composizione; qualunque ultima nota di cadenza intermedia, che formi compimento di senso musicale; qualunque nota, che costituisca tuono relativo al tuono principale, esclude affatto qual si voglia armonia, che non sia la diatonica consonante di terza, quinta, ottava. Per esempio vi è la settima consonante qui sopra dimostrata, quale avendo la sua forma in $\frac{1}{7}$, e però rimanendo esclusa dalla sestupla, non può, né deve aver luogo in alcuna delle note soprassegnate, benché sia consonante. Potrà aver luogo nella prima delle due note, le quali formano cadenza armonica, come lo ha in Csolfaut dell'ultimo esempio qui soprassegnato. Ma non potrà mai averlo in Ffaut, ch'è la nota della cadenza; e così a ragguaglio, e universalmente in qualunque caso. Rispetto al sistema dissonante universale è chiaro, che l'armonia fondamentale, sopra cui si reggono le dissonanze, è sempre diatonica: non essendovi, né potendo esservi caso alcuno, in cui si trovi dissonanza fondata su altra armonia, che di terza, quinta, ottava. Ecco dunque ad evidenza spiegato in pratica ciò, che si è voluto significare nella dimostrazione del secondo Capitolo riguardo alla sestupla, come periodo, e compimento della estensione integrale del sistema fisico armonico. Quando de' tre sistemi si faccia un solo sistema, si trova e dimostrativamente, e praticamente, che il diatonico formato dalla dupla nel suo centro, e dalla sestupla nella sua estensione è il perfetto, e l' universale in sì fatto modo, che senza questo sia impossibile l'uso degli altri sistemi. Si trova, che il solo sistema diatonico si regge da sé. Ed è sufficiente a se stesso; e però si è usato da' Greci, dagli antichi Italiani, e si usa da noi quando si vuole a tutto rigore della sua natura, e costituzione. Si trova finalmente, che il di più è bensì legittima conseguenza di questo antecedente, ma non mai necessaria; perché finalmente tutto il di più è bensì modo diverso di armonia, ma non è già sostanza diversa. Come sostanza, è sempre la dedotta dalla sestupla senza che sia mai possibile né dimostrativamente, né praticamente di alterarla. Dunque con tutta ragione resta dimostrato, e confermato nella sestupla il compimento, e periodo del fisico armonico sistema. E qui finisco il quarto Capitolo, che al pari dell'altro è quasi riuscito un trattato. Ma in ciò non ho colpa, perché non è in mio arbitrio il dividere ciò, che l'armonica natura congiunge.

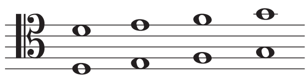
CAPITOLO QUINTO. [p. 134]

De' Modi, o siano Tuoni musicali, antichi, e moderni.

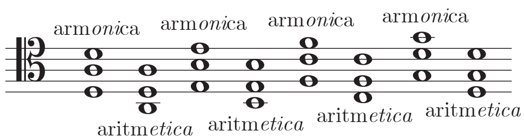
Dalla differenza delle chiavi musicali, e dalla diversa posizione della Scala diatonica comune deducendosi li modi, o siano tuoni musicali, parte sostanziale della nostra musica Ecclesiastica, e molto più della Greca musica antica, diventa perciò necessario questo capitolo, in cui per altro nulla vi può esser di dimostrativo, e poco di fisico. Finché ho navigato per il mio mare, ho fatto sempre strada sicura. Ma per ben servirla dovendo io passare ad altro mare, ch'è incognito a quanti siamo, non so cosa possa accadermi. Non aspetti dunque da me in questo capitolo quella franchezza, che nasce dalla sicurezza della verità, com'ella ha veduto ne' capitoli antecedenti. Gradisca solamente il vero sacrifizio della mia obbedienza nel caso presente, in cui sapendo io il di lei particolar desiderio d'internarsi in tal precisa materia (veramente interessantissima), per obbedirla entro nella medesima a tentone.

La sostanza della materia si è da un canto la ricerca de' modi musicali, per di cui mezzo, e della Poetica orazione gli antichi Greci eccitavano, e sedevano a talento le passioni dell'animo umano; e dall'altro si è il confronto di questi modi antichi co' nostri moderni. Per ridurre alla maggior chiarezza possibile la materia ch'è la più involuta, e la più oscura di quante posso mai trattare, è necessario in primo luogo l'intendere cosa voglia significarsi per la parola Modo. Il modo inteso nel senso antico in genere (che da' Greci si chiamava con altri nomi di Tropo, di Armonia ec.) significa una cantilena determinata per legge a confine di grave, e acuto; a intervalli; ad ascesa, e discesa; ad accenti musicali relativi al metro, e a strumento, che accompagnava il canto del musico Poeta. A ragguaglio poi delle materie, che si trattavano nella poetica orazione, o meste, o allegre, o oneste, o lascive; o furiose, e baccanti, o gravi, e religiose ec., erano determinati li tali modi in specie con le particolari condizioni di tal confine di grave, e acuto; di tali intervalli; di tale ascesa, e discesa; di tali accenti relativi al tal metro; e del tale strumento. Ciascun modo aveva il suo nome particolare; Dorio, Frigio, Lidio, Eolio, ec. ed era precisamente adattato alla materia particolare, a cui conveniva, e per cui era istituito. Questo è quanto sopra tal materia si può appresso a poco rilevare di netto, e sicuro dalla Storia, perché in ciò convengono (poco più, poco meno) gli Storici antichi, e moderni. Se poi si pretenda in forza della storia di poter individuare le suddette circostanze, il caso è disperato, perché le storie antiche tra loro, [p. 135] e molto più le moderne si contraddicono; e quel, ch'è peggio, mancano affatto monumenti, ed esempj. Pare in conseguenza, che si possa dubitare, se la storia sia vera, o falsa. Ma tali sono gli antichi, che la riferiscono, ch'è temerità espressa il dubitar della sua verità. Platone, e Aristotile bastan per tutti, e fanno abbassare il capo. Se poi ella mi domanda, se tal cosa sia possibile in natura, le rispondo con franchezza che sì, perché son testimonio io stesso della possibilità per molti casi a me occorsi, de' quali ne riferirò un solo; l'anno quattordicesimo (se non fallo) del secolo presente, nel dramma, che si recitava in Ancona, v'era sul principio dell'Atto terzo una riga di recitativo non accompagnato da altri strumenti, che dal Basso, per cui tanto in noi Professori, quanto negli Ascoltanti si destava una tal, e tanta commozione di animo, che tutti si guardavano in faccia l'un l'altro per la evidente mutazione di colore, che si faceva in ciascheduno di noi. L'effetto non era di pianto (ma ricordo benissimo, che le parole erano di sdegno) ma di un certo rigore, e freddo nel sangue, che di fatto turbava l'animo. Tredeci volte si recitò il dramma, e sempre seguì l'effetto stesso universalmente; di cui era segno palpabile il sommo previo silenzio, e con cui l'uditorio tutto si apparecchiava a goderne l'effetto. Ero troppo giovane per aver avvertenza di conservare l'esempio, ed ora me ne duole. Che il Compositore (benché uomo eccellente di quel tempo) sapesse per scienza, che ne doveva seguire quel tale effetto, io nol credo; ma credo bensì, che come uomo di ottimo gusto, e di sommo giudicio ch'egli era, sia stato condotto dal buon senso e dalle parole, ed abbia in quel punto incontrato accidentalmente la verità di natura. E quindi conchiudo, che se si dà il principio della commozione, non vi è ragione in contrario per il suo progresso, e per la sua determinazione. Il fatto è, che in piccoli movimenti, e per poco tempo molte volte da' Compositori s'incontra qualche punto fortunato di tal sorte. Ma non vi è regola, né scienza di ottenerlo con certezza quando si vuole, e molto meno di continuarlo per molti movimenti, e per qualche tempo notabile; e questo è quanto io credo poter avanzar di sicuro sopra la storia, e sopra la possibilità del fatto rispetto a' modi antichi.

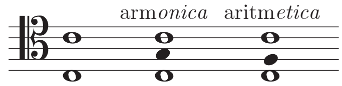
Rispetto a' nostri modi moderni, che con altro nome li chiamiamo Tuoni, benché si sappia di certo la loro natura, non riesce però lo stesso intorno al loro numero. La pratica comune, e l'uso Ecclesiastico, a cui servono in genere, gli stabilisce otto. Zarlino ha preteso, che siano dodeci. Altri hanno preteso altrimenti. Ma il loro numero nulla importa al presente bisogno; basta, che si sappia la loro formazione, e natura. Questa consiste intrinsecamente nella scala diatonica comune, considerata nella sua estensione di ottava, nella sua divisione armonica, e aritmetica, e nella diversità del luogo de' semituoni della scala, qual diversità non procede, né può proceder da altro principio, se non dal comunicare la scala da note diverse. Si sono stabilite [p. 136]
dunque le ottave con quest'ordine.



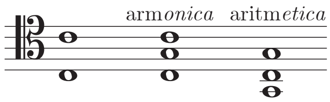
Si sono divise armonicamente, e aritmeticamente in questo modo.



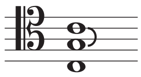
Si sono riempite tutte con gl'intervalli della scala diatonica comune (indi la diversità del luogo de' semituoni), e a ragguaglio si sono stabiliti con lo stesso ordine gli otto tuoni, quattro armonici, o siano autentici, quattro aritmetici, o siano plagali. Vi sono poi leggi, e regole per le cantilene, e cadenze rispettive, cosicché dalla cantilena, e dalla cadenza si conosce ciascun tuono. Questa è la sostanza de' nostri modi, o tuoni. Benché poi io abbia trovato annesso l'addiettivo di Dorio al primo tuono, atto agli affetti gravi dell'animo; d'Ipodorio al secondo, atto a rallegrare lo spirito; di Frigio al terzo, atto ad eccitar l'ira; l'Ipofrigio al quarto, atto ad indurre la quiete ec., ella può credere, che io non sia restato persuaso. Son bensì persuaso affatto, che questi nostri modi null'abbian che fare con gli antichi; e son persuaso di più, che la loro istituzione non sia la più legittima. Perché in supposizione, che si voglia divider la ottava armonicamente, e aritmeticamente, la divisione non è la istituita, ma è questa.



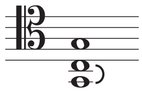
Così è divisa la stessa ottava: non mai in questo modo,



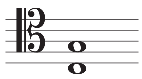
perché la divisione non cade sopra la stessa ottava, ma sopra due ottave diverse. Si dirà, che null'altro si è voluto nella istituzione, se non il trasporto della quarta acuta



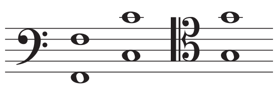
in quarta grave,



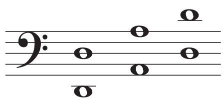
data sempre la stessa quinta.



Indi la diversità della cantilena rispetto a grave, e acuto, e la diversità della cadenza. Io risponderò, che va bene secondo la volontà, e l'arbitrio; non va bene secondo la natura, e la ragione. O si vuole diversità intrinseca nelle cantilene, e nelle cadenze, o no. Se non si vuole, è inutile [p. 137]
la istituzione; se si vuole, non è quello il vero modo di ottenerla, ma è questo. Date le chiavi musicali di Ffaut, Gsolfaut, Gsolreut, e a ragguaglio date le tre ottave di terza maggiore

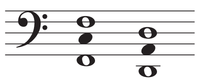


con le sue relative di terza minore



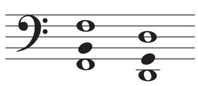
,

sia fatto l'esame, quali siano riducibili a proporzione geometrica discreta, e quali non lo siano. Trovo, che le due ottave di Ffaut, e di Dlasolrè non possono esser riducibili a tal proporzione; perché non possono esser divise se non armonicamente



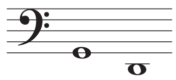
:

non mai aritmeticamente



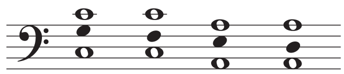
,

perché Bmì non può esser divisore, o sia mezzo aritmetico della Ottava F, f: dovrebbe esser bfà. Ma questo è escluso dalla scala diatonica. Dunque Gsolreut non può esser divisore, o sia mezzo aritmetico della ottava D, d, perché la sua terza è maggiore, e la terza di Dlasolrè è minore per natura della scala. Dunque contrarietà, e ripugnanza di armonia nelle due note

 ,

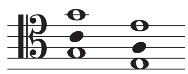
quali dovrebbero formare la cadenza aritmetica, o sia plagale, se il divisore, o sia mezzo aritmetico Gsolreut fosse della stessa natura di armonia dell'estremo Dlasolrè. Dunque li due tuoni suddetti non sono divisibili, se non armonicamente; e però incapaci di altra cadenza, che di cadenza armonica. Dunque li due tuoni di Ffaut, e di Dlasolrè non possono esser, se non autentici.

Trovo, che le due ottave di Csolfaut, e di Alamirè sono riducibili a proporzione geometrica discreta, perché sono capaci del mezzo armonico, e del mezzo aritmetico secondo la natura dell'armonia rispettiva

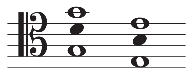
 .

È chiaro. Dunque li due tuoni di Csolfaut, e di Alamirè possono esser autentici, e plagali.

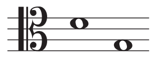
Trovo finalmente, che le due ottave di Gsolreut, e di Elami non sono riducibili a proporzione geometrica discreta, perché secondo la natura della loro armonia non sono capaci, se non del mezzo aritmetico:



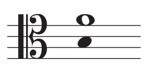
non mai del mezzo armonico

 ,

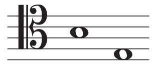
perché Dlasolrè, che per natura della Scala è di armonia di terza minore, non può esser divisore armonico della ottava G, g, che per la stessa natura è di armonia di terza maggiore; e però non [p. 138]
può darsi la cadenza armonica in

 .

Bmì non può esser divisore armonico della ottava E, e, perché la di lui quinta manca per natura della scala di un semituono

 ;

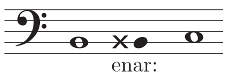
e però non può darsi la cadenza

 .

Dunque i due tuoni di Gsolreut, e di Elami non possono esser, se non plagali. Così vedo diversità intrinseca nella istituzione, e nel risultato; e così i tuoni sono otto realmente. Ma tutto ciò di passaggio, e torno all'intento primo, ch'è (a dire il vero) non di ricercare, ma d'indovinare i modi antichi, di spiegar i moderni, e compararli tra loro. Ma quanto son noti, e spiegabili i moderni, altrettanto, e molto più essendo ignoti gli antichi, resta impossibile il loro confronto, e qui il capitolo dovrebbe ragionevolmente aver fine. Ma dovendo io continuarlo per obbedirla, il di più, che dirò, sarà da me fedelmente distinto nelle sue classi, di sicurezza, di dubbio, e di opinione.

Premetto le cose sicure. La prima di queste è, che li modi nostri moderni nulla han che fare co' modi antichi. Non mi faccio merito della prova, perché troppi son quelli, che innanzi di me l'hanno provato. Tuttavia il modo sarà differente, e servirà per condurmi a dir cose di qualche importanza.

Primieramente gl'intervalli de' modi antichi sono affatto diversi da' nostri: non dico tutti, ma in parte. Aristide enumera sei modi con la precisione degl'intervalli, che li compongono. In ciascun modo (a nulla servendo il riportarli intieri, e co' loro nomi) dev'esservi il × enarmonico. *Diesis in omnibus audienda est enharmonica*; ed è questo



.

Li modi nostri fondati nella scala diatonica comune non hanno, né possono avere tal intervallo a noi affatto ignoto, e per noi ineseguibile. Li modi antichi musicali erano sì rigorosamente congiunti alla prosodia, che il Popolo giudicava i falli (se ve n'erano) commessi dal musico Poeta nelle sillabe lunghe, e brevi relativamente alla Poesia, e alla Musica: punto di storia, in cui tutti convengono. Questa è una idea affatto lontana da' nostri modi moderni, e dalla nostra musica in genere, in cui (parlano sinceramente) facciamo servire la prosodia alla musica, e non la musica alla prosodia. Ma più. Nella legge prescrittasi dagli antichi di conservare a rigore nella musica le sillabe lunghe, e brevi, era impossibile il vocalizzare, cioè il protrarre una vocale col canto per più tempo di quello che importava la sillaba. Noi per il contrario prolunghiamo le vocali per più battute, benché molte volte siano brevi, come ă di amen, ă di adoro ec.

Ma qui ella, Sig. Conte, mi ricercarà, se veramente sia possibile conservare nella musica a rigor di battuta le sillabe lunghe, e brevi. Io le rispondo, ch'è possibile in genere, in specie, in [p. 139]
individuo, perché, come si è detto nel Capitolo antecendente, nel valore delle note musicali vi è tutto il bisogno a tal effetto. Tuttavia è necessario distinguere. O il valor della sillaba si prende a tutto rigore, o discretivamente. Se a tutto rigore, è fuor di dubbio, che una sillaba lunga deve valere il tempo doppio di una sillaba breve; né più, né meno. A ragguaglio rigoroso una minima

vale il tempo doppio di una semiminima


,

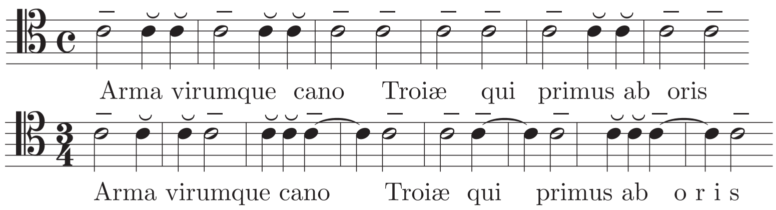
questa il doppio di una croma

ec.

Ammesso questo rigore, ecco la corrispondenza della prosodia, e della musica in un verso esametro

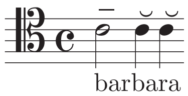
in tempo ordinario

in Tripola



Con questi due esempi null'altro pretendo, se non di far vedere qual prospetto, e qual progresso di note musicali risulta in ciascuno de' due tempi, quando si riducano rigorosamente le note al valor delle sillabe. Ma non pretendo poi, che le sillabe in sì fatto modo disposte dalla misura, o sia battuta, corrispondano rigorosamente al senso musicale a cagione di quanto si è detto nel Capitolo antecendente sopra gli accenti lunghi e brevi della misura. Se così fosse appresso i Greci, nol so; ma cosa simile doveva esser di necessità assoluta, se si dovevano distinguer in musica le sillabe lunghe dalle brevi. Ma la mia opinione è, che la misura appresso i Greci fosse presa discretivamente, e non a rigore. Se sono stati veri imitatori della natura, e se con la Poesia congiunta alla musica eccitavano, e sedevano le passioni, è forza, che abbiano avvertito a ciò, che succede nell'umano discorso. Quando questo sia congiunto a passione, l'effetto naturale è (a ragguaglio della passione) maggior, e minore inflessione di voce; maggior, e minor acume, e forza di tuono; maggior, e minor prolungamento di parole, e sillabe ec. nella espressione della passione s'incontra quella parola, che più significa: questa (e senza studio) si pone in maggior vista delle altre, affrettandola, se d'ira, prolungandola, se di mestizia ec., e così tutto a ragguaglio. Il musico Poeta (se vero Filosofo) dovendosi conformare alla natura, doveva incontrare casi infiniti, ne' quali le sillabe lunghe si dovevano prolungare, le brevi accorciare [p. 140]
molto più del rigoroso valore naturale per ben esprimer la passione; e ciò a confronto del valor naturale di quelle altre, che non serviranno alla passione, se non per disporla. Dunque era necessaria una discretiva, e non una rigorosa battuta. In tal caso la loro musica si rassomigliava al Recitativo de' nostri Drammi Italiani, in cui la battuta è a discrezione, anzi appena si accorge, che vi sia battuta. Così dev'esser certamente, se si deve imitare la natura di qualunque passione, in cui per costante che sia, non è, né può esser regolato dalla eguaglianza il suo moto, che per intrinseca natura è ineguale. Dunque niuna serie di battute eguali può corrispondere a tale idea; anzi non può corrisponder nemmeno la mutazione della battuta di tempo ordinario in tripola, o per lo contrario, perché nella diversità de' tempi vi è sempre la eguaglianza de' moti costitutivi de' tempi. Nella semplice narrazione può aver luogo la eguaglianza de' moti, e in conseguenza la battuta a rigore. Ma s'è vera la proposizione, che per muover altrui bisogna esser mosso in se stesso, (ed io la tengo per vera) poche saranno le narrazioni, che secondo natura possano esser regolate da moto eguale, perché poche sono le affatto esenti da qualunque passione.

Mi conferma poi nella mia opinione l'osservare, che la misura discretiva non solo non può mai pregiudicare al valor delle sillabe, ma anzi ajuta infinitamente a determinarle quali sono con l'avvertenza di una regola sola, ch'è di dare in qualunque caso almeno il doppio valor di tempo alla sillaba lunga a confronto della breve. Chi di noi dubiterà, se dato in musica il dattilo rigoroso



a confronto del discretivo,

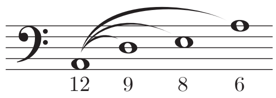
la prima sillaba del discretivo (e lo stesso si dica delle due brevi) sia lunga? Sarà anzi il contrario, e saremo più certi del valore delle sillabe nel secondo modo, che nel primo. Indi comodo infinito al musico Poeta d'imitar con somma facilità la natura. E se noi, propostoci lo stesso fine così faremmo, perché vogliamo credere, che i Greci abbian fatto altrimenti? Fin qui non intendo di aver deviato dal proposito, ch'è il confronto de' modi antichi co' nostri moderni, perch'essendo inseparabile il confronto dalla ricerca di quella tal musica, che costituiva i modi antichi, quanto ho detto, e sarò per dire, apparterrà sempre all' intento. Quest'avvertenza diventa necessaria, perché nel confronto io mi lasciarò condurre dalla natura, e dalla ragione sin dove arrivarò a comprendere l'una e l'altra. Starò all'argomento nella sostanza; non vi sarò forse nell'ordine. Ma innanzi.

A' nostri modi moderni è congiunta l'armonia equitemporanea formata dal concerto di voci diverse: Basso, Tenore, Contralto, e Soprano. Ella sa, ch'io non son uomo erudito. Pure [p. 141]
mi è nota per buona sorte la disputa famosa, se gli antichi conoscessero, e trattassero l'armonia intesa nel nostro senso; ma non mi è nota la decisione. In tal caso è forza ricorrere alla fonte comune, ch'è la natura. La specie umana è la stessa, le passioni sono le stesse. Nulla importando nel nostro caso la loro diversa modificazione relativa a' tempi, costumi, leggi, educazione, governo ec., e bastando al bisogno, che la radice sia la stessa, credo di non andar errato, se sopra questo fondamento sicuro, e comune a' Greci, e a noi, avanzano la seguente proposizione; che sebben a' Greci fosse stata nota l'armonia equitemporanea, non potevano, né dovevano usarla per ottenere l'intento loro, ma unicamente dovevano servirsi della cantilena a voce sola. Se l'intento de' Greci era di eccitare non qualunque commozione in genere, ma la tal passione in ispecie, è certo di certezza di natura, che ciascuna passione ha li suoi moti particolari, e il suo tuono particolare di voce. Prendo per esempio le due tra loro opposte passioni più universali, l'allegrezza, e la mestizia. L'allegrezza ha il suo moto veloce, e il tuono di voce inteso, e acuto. La mestizia ha il suo moto tardo, e il tuono di voce rimesso, e grave; e ciò in genere. A ragguaglio del grado minore, o maggiore della rispettiva passione (finché sta ne' suoi confini, e nella sua natura) si altera relativamente moto, e voce. Questo è quanto succede in natura, e ciascun di noi conosce a prova in se stesso tal verità, quando vi rifletta. Ora dico io, come mai può darsi (secondo natura) che con l'armonia di quattro voci, estremi delle quali è il Basso come grave, il soprano come acuto, riesca di concitare intieramente all'allegrezza, quando vi è la opposizione intrinseca nella congiunzione dell'acuto col grave; questo proprio della mestizia, quello dell'allegrezza? Ma si dirà, che vi è il supplemento nel moto, che a tal effetto si darà veloce alla voce acuta. Va bene per una parte, va male per l'intiero, perché moto, e voce particolare è la proprietà di ciascuna passione: non il moto disgiunto dalla voce, né la voce disgiunta dal moto. Questa, credo io, è la cagione di ciò, che più volte succede, quando da noi si ascolta qualche composizione musicale ben fatta, e ben eseguita. Non possiamo negare di non sentire in noi stessi un principio di commozione in genere verso la tal passione; ma progresso e determinazione in ispecie io non l'ho sentito mai, perché non ho mai provato in me stesso l'effetto intiero. Per me tengo che sia impossibile questo tal progresso, e questo compimento di effetto, per l'accennata ripugnanza che vi è negli estremi dell'Armonia, perché essendo estremi, e in conseguenza genere, è impossibile, che possano insieme convenire alla produzione di un effetto particolare. L'effetto sarà generale,

com'è la cagione. Vi sarà dunque commozione in genere verso la tal passione; non vi sarà mai la passione specificamente determinata.

Vi è poi d'aggiungere in ispecie, che il tal moto, e la tal voce devono esser congiunti a [p. 142] cantilena proporzionata. Questa (fermandosi nel genere diatonico, in cui convengono e Greci, e moderni, e che basta all'intento) non può formarsi se non da tanti, e tali determinati intervalli, e sono: Semituono, tuono, le due terze, maggiore, e minore, quarta, quinta, le due seste, maggiore, e minore, le due settime maggiore, e minore, e la ottava: nulla di più, perché tutto il rimanente è replicato, e composto. La natura intrinseca di questi intervalli, e distintamente de' semplici integranti l'armonia, cioè ottava, quinta, quarta, terza maggiore, e terza minore, non è uniforme, è diversa; e lo è in sì fatto modo, che valendosi per la formazione della cantilena più di questo, che di quell'intervallo, è affatto sensibile la diversità dell'effetto.Figuriamoci dunque, che in genere l'intervallo di terza sia più ardito degli altri, e che in ispecie l'intervallo di terza maggiore convenga all'allegrezza; e però si formi una cantilena, la di cui base sia in ispecie il tuono di terza maggiore, la ossatura sia in genere di terze maggiori, e minori, in cui l'accento lungo in forza della battuta cada sopra le terze suddette, acciò siano più sensibili; sia il di lei moto veloce, e sia cantata da un soprano, acciò vi siano le possibili necessarie condizioni. Una tal cantilena sarà in supposto conveniente all'allegrezza. Ma posta in armonia, è certo, che mentre la cantilena del soprano procederà successivamente per gl'intervalli di terze, l'armonia del Basso, Tenore, e Contralto procederà equitemporaneamente, e successivamente per gl'intervalli di ottava, quinta, quarta, seste, tuono, semituono ec. secondo la diversa disposizione delle voci integranti l'armonia, e secondo il diverso passaggio del Basso da una base all'altra. Ma come mai potrebbe darsi, che a confronto di tanti intervalli diversi equitemporanei dell'armonia, che pur sono di maggiore forza, gl'intervalli successivi della cantilena acuta producessero l'effetto, per cui produrre era formata la cantilena? Né giova il dire, che la voce acuta, com'estremo più inteso, essendo la dominante, si sentirà distintamente a confronto delle altre voci, e però potrà produrre il suo effetto. Questa proposizione è falsa in armonia. Tre voci contro una sola han più forza, sebben la sola sia più intensa, le tre più rimesse. Questa è la verità in pratica, quando le voci siano tra loro proporzionate. Ma si conceda la proposizione. Domando, se in grazia delle voci aggiunte per l'armonia vi sarà, o no dimostrazione in chi ascolta, come forzato ad ascoltare e la voce principale, e le aggiunte? Non mi si può negare, vi sarà distrazione; e questa è più che bastante a distrugger l'intento principale. Non è già una leggiera impresa il voler eccitare con Poesia, e Musica la tal determinata passione. Io per me la credo molto maggiore di quella, a cui si accinge l'oratore per commuovere, e persuadere; anzi la massima tra quante accadano nella possibilità delle cose umane. Per ottenere questo è necessario di ridurre l'animo umano a totale attenzione, anzi ad intenzione di attenzione. È impossibile l'ottenerla, se si dia luogo a qualunque ben [p. 143] minima distrazione, e questa verità è verità di natura, non è produzione della mia testa. Dunque sarà impossibile ottener l'intento di eccitare la tal determinata passione con cantilena congiunta all'armonia intera nel nostro senso; e al più, come ho detto sopra, sarà possibile un principio di commozione in genere. Dunque se agli antichi Greci fosse stata nota l'armonia nel nostro senso, non dovevano, né potevano valersene per ottenere il loro intento, perché rispetto a' principj di natura, in cui tutti convengono certamente, noi stessi, a cui è nota l'armonia, saremmo obbligati ad escluderla, ed a valersi della cantilena a voce sola per ottenere lo stesso intento.

Più volte ho detto qui sopra, armonia intesa da' Greci nel nostro senso. Mi spiego. Non può negarsi, che i Greci in qualche senso intendevano l'armonia, perché di questa parola sono piene le loro storie, precetti, e monumenti. Più; chiamavano intervalli consonanti la ottava, la quinta, e la quarta; dissonanti tutti gl'intervalli minori della quarta. Dunque la loro armonia era formata non come la nostra di note equitemporanee, ma di note successive, e intendevano (per parlare a nostro modo) che li salti di quarta, quinta, e ottava fossero armonia, e fossero consonanti; e che le note musicali riempitive della quarta fossero dissonanti. Però avevano formato li tetracordi, o siano salti di quarta, come fulcri di armonia consonante, e questi secondo i diversi generi, Diatonico, Cromatico, Enarmonico, gli avevano riempiti con varie divisioni. Si vede chiaramente, che il loro fondamento massimo, e primo è stata la dupla geometrica discreta in genere,

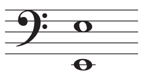


in di cui relazione hanno stabiliti per armonia, e consonanza li salti di quarta, quinta, e ottava. Indi date le due corde gravissime del loro sistema, cioè Proslambanomenos, e Hypate hypaton,

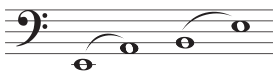
si trova, che il loro primo Tetracordo Hypaton è


,

perché ad Hypate Meson sottoponendo la ottava,



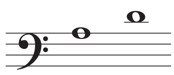
si forma la dupla geometrica discreta.



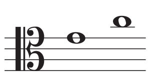
Il loro secondo tetracordo Meson è


,

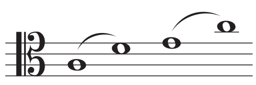
cioè la ottava del primo gravissimo. Il terzo tetracordo di congiunzione Synemennon è


, [p. 144]

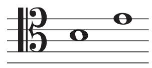
quale con quinto Hyperboleon



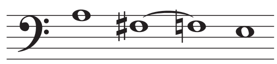
torna a formare la dupla geometrica discreta


.

Il quarto tetracordo Diezeugmenon



è in ottava del secondo Hypaton. È forza, che così abbiano pensato, e inteso, perché così tutto si accorda nel loro sistema. Quando ciò sia, e i Greci abbiano ben dedotto da' loro principj, legittima conseguenza si è, che in tutti i generi il principio, e il fine delle loro cantilene fosse ne' fulcri della loro armonia, cioè negli estremi de' rispettivi tetracordi, quali già si sa, che usavano ascendendo, e discendendo. Dunque una specie delle loro cadenze doveva esser in questo modo nel genere Cromatico


,

nell'Enarmonico

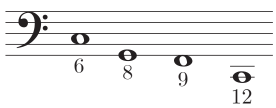

.

Il mio raziocinio è stretto, e dedotto da' loro dati; però tengo, che concluda. Molto più, perché tale specie di cadenze è in genere secondo la natura del semituono maggiore discendente, ed ha un'ottima grazia. In specie fa vedere qual effetto particolare produca nella cadenza del genere cromatico il passaggio da Ffaut ♯ a Ffaut naturale; nella cadenza del genere enarmonico la divisione (qualunque) del semituono maggiore, quale in tal luogo, intenzione, e circostanza non è di difficile esecuzione.

Molti esempj per altro abbiamo nel Canto Ecclesiastico antico (tutto di genere diatonico) di cadenze formate col semituono maggiore discendente. Non sarei lontano dal credere, che tra quelle antiche cantilene ve ne sia qualcheduna di legittima secondo i Greci esemplari, se non mi facesse opposizione il non esservi corrispondenza alcuna tra la Musica, e la Prosodia. Bisogna confessar certamente esservene qualcheduna talmente piena di gravità, maestà, e dolcezza congiunta a somma semplicità musicale, che noi moderni duraremmo fatica molta per produrne di eguali. Nulla importando al bisogno l'esame della loro Epoca, bensì l'esame della loro natura musicale, è certo, che sono cantilene istituite per una sola voce (che poi questa voce sia moltiplicata all'unisono da un Popolo intiero, nulla deroga al fine della istituzione, perché l'unisono è in ragione una voce sola); sono semplicissime; partecipano molte della natura di Recitativo, ma in largo; molte della natura di canzone; molte dell'una, e l'altra; niuna è legata a battuta rigorosa, ma a discretiva; e ciascuna determina il tuono, in cui è composta; ed è confinata da regolare, e comoda estensione di grave, e acuto. Una tal idea è in genere secondo natura, e rispetto alla universalità delle cose è impossibile il pensar far più semplicemente, ed è impossibile, che i Greci [p. 145]
stessi abbiano potuto di prima intenzione pensare altrimenti. Anzi essendo essi rispetto a noi li primi istitutori, è forza, che abbiano incominciato da questa idea di semplicità, perché per quanto l'uomo sia capace di arte, e raffinamento, nella prima invenzione, e istituzione delle cose, si sa, che può tutto la natura, nulla l'arte, che anzi non ha luogo, se non sul dato di natura. In questa universalità d'idea musicale tengo per certo, che convenissero i modi antichi de' Greci co' nostri modi antichi Italiani, che qui devo cominciar a distinguere da' nostri veramente moderni, di che renderò conto tra poco. La specifica differenza degli antichi de' Greci si riduceva alla precisione de' moti, che noi diremo spezzature di note musicali secondo il diverso valore delle sillabe; alla precisione della scielta della tal voce relativa all'acuto, e al grave, che noi diremo

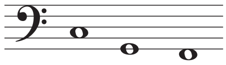
basso più che Tenore, Tenore più che Contralto ec.; alla precisione de' tali intervalli, come fulcri, e pose di cantilena, e quegli intervalli minori (noi diremo scale), che dovevano empire i maggiori, e dovevano esser limitati alla tale estensione; alla precisione delle maniere di espressione, differenti in ciascun modo (noi diremo buon gusto) secondo la natura della passione, a cui si aveva l'intento; alla precisione di quel tale strumento alla voce congiunto, che più conveniva al modo, e alla passione. Queste sono tutte avvertenze di natura, ed io non m'impegno di averle assegnate per l'intiero. Si aggiunga di più, che tra' Greci il Musico era congiunto al Poeta, il Poeta al Filosofo; e un uomo solo, come Musico, Poeta, e Filosofo trattava cose di natura secondo natura appresso nazione desta, e colta, e interessata nelle cose stesse. Non son persuaso, che la musica sia passata da' Greci a' Latini con questa idea: molto meno da' Latini a noi. Indi la sua declinazione, e perdita totale. Ciò che a' nostri antichi Italiani è rimasto, si è il solo materiale spogliato affatto della maggior parte, e più importante delle soprammentovate precisioni. Che ne' modi delle antiche Ecclesiastiche cantilene sia conservata fedelmente, e precisamente la natura del modo secondo le regole a ragguaglio stabilite, è cosa vera, ma vi manca il più; ed è, che sia provato esser quelle in precisione le regole, che per ciò adopravano i Greci. Per altro a' moti, o sia spezzature di note con ragione, e prosodia a tal effetto ordinate; a determinazione di cantilena da assegnarsi piuttosto alla tal voce grave, che alla tale acuta, o per il contrario; alla scielta di tali intervalli piuttosto che di altri; alla espressione della cantilena piuttosto con questa, che con quella maniera; a scielta di strumento conveniente al modo, sin da allora si è lasciato di pensare, né vi si è pensato mai più. Quanto poi vi abbiamo aggiunto del nostro, si è l'armonia equitemporanea, ch'è il concerto a più voci, la modulazione, e le buone maniere, o sia buon gusto. Qual effetto possa produrre la nostra armonia rispetto ad un tal fine, credo di aver provato abbastanza, che niuno in particolare, come sarebbe il bisogno. Qual effetto possa [p. 146]
produrre la nostra modulazione, siamo per vederlo. Ho distinto qui sopra li modi antichi Italiani da' nostri veramente moderni. La distinzione era necessaria rispetto alla modulazione, che come ho detto altrove, ed ella pur sa, vuol dire il passaggio di armonia dal tuono proposto a tuono diverso, ma relativo al proposto. Né basta al presente bisogno la spiegazione in generale; è forza discendere al particolare in sì fatto modo, che se ne abbia idea completa, e se ne formi scienza, perch'è una parte sostanziale della nostra musica moderna, e però doveva indispensabilmente aver luogo nel presente trattato. Sia questo dunque il suo luogo opportuno, in cui si rende necessaria per la comparazione de' modi.

Il fondamento principale della nostra modulazione sta nelle stesse tre note dell'esempio musicale 3 annesso alla figura VII, sopra le quali si è veduto esser fondata l'armonia, da cui si è dedotta la scala diatonica comune. Il fondamento è massimo, perché si riduce alla dupla geometrica discreta

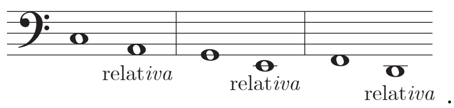


:

e però fondamento comune a' Greci, e a noi. Posta la proporzione in tre note musicali (non essendo necessaria la ottava) saranno


,

quali si suppongono prime basi di terza maggiore, come si è dimostrato a suo luogo. A ciascuna nota assegnata la sua relativa di terza minore, tutte assieme saranno



Queste sei note in tal modo dedotte, e intese come prime basi, sono il fondamento intiero della nostra moderna modulazione. Questa può vagare, e circolare per qualunque delle sei note suddette, trasportando la scala, e l'armonia di Csolfaut, che relativamente all'esempio è il tuono principale proposto, in cui deve principiare, e terminare l'armonia, in Gsolreut, e in Ffaut per l'armonia di terza maggiore; e trasportando la scala, e l'armonia di Alamirè (nota relativa di terza minore a Csolfaut) in Elamì, e in Dlasolrè per l'armonia di terza minore. Indi nasce nelle nostre composizioni frequenza grandissima di accidenti musicali, e però deviamento dal genere diatonico, perché Gsolreut, Elami portano un diesis in chiave; Ffaut, Dlasolrè un bemolle in chiave. Modulando nelle note suddette, e determinando il tuono formato dalla scala, e dall'armonia rispettiva alle medesime con cadenze armoniche, è inevitabile l'incontro, e l'uso degli accidenti rispettivi, e questa è la sostanza della modulazione. Il suo ordine poi non ha legge stabile, e per lo più la sua regola è il sentimento del Compositore, benché possa dirsi, che il sentimento fa conoscer molte verità, le quali servono poi di regola. Il passare con la modulazione dalla [p. 147]
nota principale del tuono di terza maggiore alla quinta del tuono è di sentimento comune, e però è fatta regola. Questa regola ha il suo principio, e in conseguenza la sua ragione. Il tuono di terza maggiore è armonico per intrinseca natura. Dunque il passaggio della modulazione dalla nota principale alla quinta è secondo la natura armonica, perch'è dall'estremo al suo mezzo. Da questo principio verissimo ne viene, che quando con la modulazione si costituisca tuono, senso, e periodo, tutti per natural sentimento venghiamo a conoscere la ripugnanza, che s'incontra nel passar con la modulazione dalla nota principale del tuono di terza maggiore alla quarta del tuono. La ripugnanza nasce da contrarietà di natura. La quarta del tuono divide la ottava del tuono aritmeticamente. Se il tuono è di terza maggiore (armonico per natura), si deve sentir ripugnanza. Se il tuono è di terza minore (aritmetico per natura), non si sentirà ripugnanza alcuna. E vero che tal ripugnanza non procede da difetto, che vi sia o nella pianta, o nel Compositore. Il tuono di Csolfaut è composto dalle due nature, armonica, e aritmetica, e però la modulazione giustamente può procedere per li due mezzi, armonico, aritmetico. Ma pure essendovi nello stesso tuono le due modulazioni, il confronto, che nasce necessariamente dalle medesime, scuopre la perfezione dell'una, la imperfezione dell'altra, e fa sentire questa ripugnanza. In genere se si avvertirà alla natura del tuono, e alle note relative più prossime, cosicché la modulazione proceda per gradi, e non per salti (sarebbe per esempio un salto, e non un grado di modulazione il passar senza mezzo conveniente da un tuono di $\flat$ a un tuono di $\sharp$, e per il contrario); se si avvertirà a mantener la modulazione più nel tuono principale, che ne' tuoni accessorj, e relativi (si sente molte volte il contrario) e distintamente nel principio, e fine della composizione, con tali avvertenze riusciranno perfette le nostre modulazioni. Ma troppo vi sarebbe che dire impegnandosi in questo argomento, e però basti la idea generale, come sufficiente al bisogno. Non così nelle cantilene Ecclesiastiche, e nell'armonia, e cantilena de' modi del secolo decimoquinto. Altra modulazione non si trova, se non la intrinseca del tuono proposto, e tutta la musica di que' tempi sta perfettamente, e rigorosamente nel genere diatonico. E però non si trovano accidenti di sorte alcuna, se non il diesis necessario alla settima nota della scala di terza minore per formar la cadenza armonica del tuono proposto, che sempre è l'unico, e il solo della intiera composizione. Se paragoniamo questi due modi di musica tra loro, l'antico Italiano era più grave, maestoso, e severo del nostro; il nostro più vario, e vago dell'antico. Se paragoniamo questi due modi Italiani agli antichi de' Greci, tengo per fermo, che l'antico Italiano fosse più prossimo del nostro a' modi

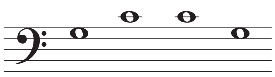
de' Greci, ed è facile il dedurlo dalle cose dette. La nostra modulazione è assai composta, e la idea formata da noi vi corrisponde, perché in genere quella composizione più si stima tra noi, [p. 148] che più è varia nella ragionevole modulazione. Confesso, che così in Italia che altrove si trovano in questo fare degli uomini eccellentissimi, l'arte de' quali mi fa maraviglia, e mi dà occasione d'imparare. Ma dubito con ragione, che quest'arte non corrisponda alla natura. Due cose ho osservato per molto tempo con attenta riflessione. Nelle nostre armoniche composizioni dopo un lungo giro di modulazione alle volte verso il fine si forma tasto fermo nel Basso fondamentale per molte battute, e sopra il medesimo si modula con varj accompagnamenti, de' quali resta sempre base costante in diverso aspetto la stessa nota fondamentale; e però la modulazione resta nel tuono stesso, di cui è prima base il tasto fermo, quale in tal caso non può esser se non o la quinta, o la nota principale del tuono proposto. Qualunque sia la modulazione, non può esser che semplicissima, quantunque vi s'interpongano accompagnamenti discordanti, perché finalmente è regolata e sostenuta da una sola base. Ho osservato in varie circostanze un effetto costante. Quell'uditorio, il quale molte volte niuna, o poca attenzione ha prestato alla composizione, l'ho veduto sempre attento all'armonia del tasto fermo. Si osservi, e trovando che sia così, si rifletta, che questa è osservazione di natura. L'altra mia osservazione è comune a tutte le nazioni, appresso le quali sia in uso la nostra musica moderna. Ciascuna di queste nazioni ha le sue canzoni Popolari, molte delle quali sono di antica tradizione, molte prodotte di nuovo, e adottate dal genio comune. Per lo più sono semplicissime, anzi si osservi, che le più semplici, e naturali sono le più ricevute. E certo che in queste né vi è, né vi può esser molta modulazione: al più vi sarà nella quinta del tuono. Che il Popolo ascolti più volentieri una di queste canzoni di qualunque esquisita cantilena modulata per tutto il suo giro, è osservazione quanto facile a farsi, altrettanto sicura nel verificarsi. Ma si dirà, che l'effetto è equivoco, perché potrà ugualmente procedere, e procederà forse più dalle parole delle canzoni, nelle quali il Popolo prende interesse, che dalla musica delle canzoni. Ed io rispondo, che date le stesse parole congiunte alla cantilena semplice della canzone, e alla cantilena esquisitamente modulata secondo l'arte nostra; e dato lo stesso Musico, che canti l'una, e l'altra, il giudicio favorevole del Popolo sarà sicuramente per la prima. Replico quanto ho detto altrove: la natura ha più forza dell'arte; e aggiungo con franchezza, che il maggiore, e il miglior genere è il diatonico, ma è difficilissimo a ben trattarsi, perché appunto è di estrema semplicità, come il più prossimo alla natura. Se così è, la nostra modulazione ci ha deviati maggiormente dall'intento, che si proponevano i Greci.

Resta a vedere qual effetto per ottener lo stesso intento possan produrre le nostre buone maniere, o sia ciò, che noi chiamiamo buon gusto. Questo consiste primieramente, e principalmente nella voce del cantante prodotta, e portata con dolcezza, rimessa, rinforzata, sostenuta a suo tempo ec. Secondariamente in appoggiature, trilli, modi di tempo rubbato [sic], e protratto, [p. 149] modi di canto naturali, e artificiali adattati a dovere alla cantilena ec. Ma prima di avanzarmi in questo proposito si avverta a non creder falso il mio supposto, mentre sembra, che io supponga il buon gusto una invenzione de' nostri tempi. Lo so, non è invenzione de' nostri, né degli antichi tempi: è un prodotto della natura umana. Da che si canta, e si suona, la natura stessa indipendentemente dall'arte ha fatto sentire prodotti meravigliosi in ogni tempo, e in ogni nazione; e continua, e continuarà in questo possesso, finché duri col mondo la umana specie. Indi è derivata l'arte, e relativamente a' tempi, e a' modi musicali son più che certo, che vi è stato, e dev'esservi il buon gusto come parte sostanziale della musica esecutrice. Dunque a' nostri tempi, e a' modi nostri musicali si riferisce la mia proposizione, che però è particolare. Se il nostro modo di musica è diverso da' modi antichi Italiani, a ragguaglio dev'esser diverso il nostro buon gusto da quello de' nostri antichi. Se fosse altrimenti, non si potrebbe negare un grave, e sommo errore in uno de' due modi: essendo cosa affatto impossibile non solo secondo la natura, ma ancora secondo l'arte, che date due specie diverse di musica, a ciascuna possa convenire la stessa espressione, e modificazione. La cosa è talmente per sé chiara, che stimo inutile il provarla. Ma dal buon gusto dipende espressione, e modificazione; e queste devono esser diverse. Dunque diverso il buon gusto. Non dico già, che li suoi primi, e generali principj non devano esser uniformi in qualunque modo di musica. Voce ottima per natura, e ottimamente regolata dall'arte è principio universale; e quando manchi natura, è in ciò necessario il supplemento dell'arte, perché per mio sentimento la universalità, e la maggior perfezione del buon gusto sta nella voce, e nella espressione. Questo io chiamo il vero buon gusto secondo natura, perché appunto conviene a qualunque modo di musica. Tutto il di più è particolare in sì fatto modo, che quando si esamini senza passione la convenienza, e la disconvenienza dell'applicazione de' trilli, appoggiature, maniere cantabili cc., si trovaranno casi frequenti assai, ne' quali niuna di tali cose può ragionevolmente aver luogo. Nelle chiese si canta *Miserere mei Deus*; ne' teatri si va alla morte con le migliori grazie musicali suddette. E bene, che l'assuefazione, e il costume non dia luogo alla riflessione. Per altro basta riflettervi, perché sia immediatamente convertito nel suo contrario qualunque piacere possa riceversi dalla più perfetta esecuzione. La cantilena adattata alla passione, la voce adattata alla cantilena, e per propria naturale qualità, e per arte di modificazione, e per convenienza di grave, e acuto avrà luogo in qualunque tempo, e circostanza; e in genere nulla più. Discendendo al particolare intendo benissimo la convenienza dell'adattazione delle nostre grazie musicali a moltissime cantilene; ma delle stesse grazie musicali a tutte le cantilene non la ho intesa, né la intenderò mai. Son troppo persuaso, e convinto, che quando la cantilena fosse veramente [p. 150] adattata alla passione espressa dalle parole, ciascuna cantilena dovrebbe aver i suoi modi individui, e particolari di espressione, e in conseguenza il suo buon gusto individuo, e particolare. Che così intendessero, e operassero i Greci, è di necessità indispensabile rispetto al loro intento: proposizione per me talmente vera, che se fosse stato altrimenti, nego immediatamente il fatto, la storia, e la possibilità di natura. Se noi intendiamo, e operiamo diversamente, la cagione si è, che la musica sola, e disgiunta da qualunque altra considerazione si è fatta l'unico nostro fine, ed intento. Propostaci questa come genere, specie, e individuo, e tutto riportato alla medesima in questo senso, vanno benissimo, e si accordano all'oggetto la nostra armonia, le nostre cantilene, e il nostro buon gusto. In questo senso abbiamo qui, e altrove eccellentissimi compositori, ed esecutori, l'arte de' quali appaga, e contenta il genio di tutta Europa: segno manifestissimo in genere che questa è verità di natura, perché Nemo omnes fallit. Ma quando si proponga lo stesso fine de' Greci, siamo affatto lontani dalla possibilità di ottenerlo co' nostri mezzi. Vi si oppone la nostra armonia, come genere includente specie diverse di grave, e acuto. Il bisogno per ottener l'intento è di una sola specie individuata alla passione. Vi si oppone la nostra cantilena, come modulata secondo l'arte nostra; come sciolta da qualunque ragguaglio materiale, e formale alla prosodia; come indipendente da obbligo di scielta d'intervalli di maggior, e minor estensione in grave, e acuto, e di scielta di voce determinata. Il bisogno è del solo tuono principale; di legame alla prosodia intorno alle sillabe lunghe, e brevi, e molto più risguardo a' piedi convenienti alla passione (risguardo quanto vero, altrettanto difficile), a' quali deve corrispondere identicamente la cantilena; di precisione d'intervalli scielti in analogia di natura alla passione (cosa egualmente vera, e difficile); di determinata estensione, in grave, e acuto; e di voce specificata, piuttosto grave, che acuta, piuttosto media, ch'estrema, o per il contrario secondo il bisogno della passione. Vi si oppone finalmente il nostro buon gusto, come sempre lo stesso in qualunque cantilena, e come composto da que' tali componenti particolari, che per adattarli a qualunque circostanza portano seco evidente contraddizione di natura. Il bisogno è di buon gusto sempre diverso a ragguaglio delle diverse passioni; sempre composto da que' minimi componenti, che sono particolari, e individui di quel tal modo di cantilena ricercato dalla passione, e non mai adattabili ad un altro modo. Se la passione sia composta di più passioni (cosa frequente), in tal caso vi sarà per il più la passione principale come dominante, e però primo oggetto. Se due passioni siano in grado eguale (cosa possibile), allora nella stessa cantilena il bisogno è doppio a ragguaglio del moto di due diverse passioni. Io qui troppo m'inoltro senza avvedermene; ma non già troppo perché io dubiti sulla verità delle proposizioni suddette, ma perché nella oscurità in cui siamo, [p. 151] risultano esse di tale, e tanta precisione, che se ella Sig. Conte mi chiedesse un esempio musicale dedotto dalle medesime, si crederebbe ch'ella avesse più ragione di chiederlo, che io di negarlo. Ma adagio per cortesia. Le mie proposizioni sono dedotte dalle osservazioni di natura, comune a' Greci, e a noi; e però sono osservazioni dedotte dal massimo de' generi tutti. La loro precisione dunque non nasce intrinsecamente dalla loro deduzione, ma dalla loro adattazione a' modi antichi, e moderni tra loro comparati. Precisione di tal fatta non basta al bisogno per proporre un esempio, e troppo di più si richiede. Si richiede nell'attore la congiunzione di tre cose in una: Costume specificato a passione, Poesia, e Musica; e però è necessario in grado eminente un uomo Filosofo, Musico, e Poeta. Si richiede in chi ascolta l'animo disposto in genere all'effetto; disposto in ispecie secondo diversi rispetti, e sono: Assuefazioni a quel tal genere di musica. Son certo, che in tal rispetto il migliore tra' Greci antichi potrebbe senza ottener il suo fine cantare a talento alla odierna Dalmata Nazione, la di cui musica non ha intervalli determinati, ma è un continuo di voce, protratto a discrezione in grave, e acuto. Conformità d'idee rispetto al costume. Se le idee di chi ascolta non sono conformi al rappresentato costume, o rimarrà indifferente, o se sono contrarie, più che mosso sarà ributtato. Son certo, che rappresentato ad un Cannibale un oggetto nel costume il più tragico, non abborrirà [sic], ma goderà dell'oggetto. Confacenza de' moti rispetto al metro. Vi sono Popoli, e Nazioni intiere di moto per natura tardo, altri di veloce, altri di temperato. Quel moto, che non basta allo scuotimento di uno, può bastare, e avanzare allo scuotimento di un altro; e ciò in genere di natura, e di educazione. In ispecie di natura, e di educazione chi è pratico abbastanza delle sole Nazioni Europee, avrà osservato la differenza del grado de' moti tra una Nazione, e l'altra nell'atto più intenso della rispettiva passione. Questi (ciascuno da sé) sono generi, e generi sommi, de' quali tutti come specie, formato un genere solo, allora si potrebbe forse assegnare un esempio conveniente. Dico forse, perché rispetto al complesso di tutte le suddette condizioni, che formava il genere de' Greci antichi, quando anco si arrivasse presentemente a scoprirlo, e formarlo tale, qual era appresso i medesimi, dubito assai, che producesse appresso noi lo stesso effetto. Credo di aver detto qui sopra cose verissime. Se tali sono, è troppo ragionevole il mio dubbio: anzi quando io avanzassi la seguente proposizione; esser impossibil cosa, che il costume, la Poesia, la Musica, ch'era omogenea, e conveniente agli antichi Greci, dovesse esser egualmente tale a noi Italiani, e ad altre Nazioni de' nostri tempi, e costumi, questa proposizione nulla avrebbe di ardito. Il seme delle passioni è in genere lo stesso negli uomini tutti. La sua specifica differenza è la educazione, e il costume. Nel nostro caso abbisogna non il genere, ma la differenza. Dunque. Perciò nella sorgente universale di natura [p. 152] dovremmo con molto maggior ragione cercare la omogeneità, e convenienza nostra relativa alle nostre presenti circostanze piuttosto che la scoperta di ciò, che quando anco riesca di scoprire, è facil cosa, che a nulla ci serva. Ciò sia detto rispetto al genere universale delle cose tutte, le quali per ottener tal intento sono necessarie. In queste mi son internato più del mio dovere, che nel caso presente è di Musico, non di Filosofo, né di Poeta.

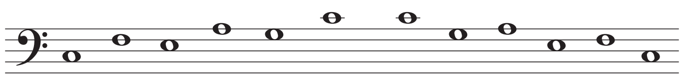
Ma ella Sig. Conte (lo preveggo) mi aspetta appunto di ritorno al mio mestiere per domandarmi in concreto, e in precisione la differenza della natura de' musicali nostri intervalli, che qui sopra ho asserito in genere esser tra loro di natura diversa: ricerca al Musico appartenente; e per domandarmi forse qualche cosa di più, come sarebbe se non altro la mia opinione sopra la particolar natura de' rompimenti, o siano spezzature delle nostre note musicali, riportati identicamente nel valore a' piedi della Prosodia: considerazione comune non solo al Musico, e al Poeta, ma al Filosofo ancora.

La prima ricerca, che pur è di mia convenienza particolare, è per me difficile molto più della seconda, ch'è di convenienza comune. La ragione è chiara. L'assuefazione di un Professore alla musica incominciata, e proseguita senza riflessi particolari naturaliza [sic] talmente in forza dell'abito le sue parti, che quando tra queste non vi sia specifica differenza, riesce quasi impossibile il distinguerle tra loro per sentimento: molto più, se la distinzione cada sopra individui della stessa specie, o parti della stessa categoria, come appunto sono gl'intervalli consonanti del sistema sestuplo integrale, e gl'intervalli della scala diatonica comune. Si aggiunga, che quando il sentimento non sia in tutti comune, e uniforme, nulla conchiude, perché restando individuo, e particolare non forma quella sicurezza, che in tal caso bisogna, perché equivalga alla scienza. E forza dunque di ricercare in ispecie sopra qual parte il sentimento di tutti si accomuni, e uniformi; e di ricercare in genere un principio di ragione universale, che ad onta de' contratti pregiudizj particolari corregga il sentimento, se ve ne ha bisogno, e ad onta dell'assuefazione lo faccia avveduto. Questa non è piccola cosa, né indifferente: tuttavia alla prova.

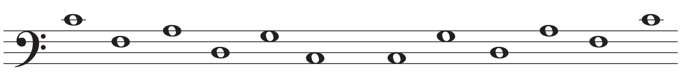
Dovendo io esser corrispondente a' miei principj, l'esame di sentimento, e di ragione deve cadere sopra l'armonia, e non sopra la cantilena, perché quella è cagione, e radice, questo effetto, e prodotto. Per sentimento comune di tutte le Nazioni, appresso le quali si coltiva la nostra musica, l'armonia di terza maggiore è forte, allegra, ardita; l'armonia di terza minore è languida, malinconica, e dolce. Riducendo il sentimento comune a ragione, null'altra può assegnarsi in genere fisico dimostrativo, se non la natura armonica della prima, l'aritmetica della seconda: quella nel continuo, e però più forte; questa nel contiguo, e però più languida. Dalla forza [p. 153] della prima l'effetto allegro, e ardito; dalla debolezza della seconda l'effetto malinconico, e dolce. Riflettendo a questo principio di ragione trovo, che un salto di quarta ascendente deve aver più forza dello stesso discendente a cagione della cadenza armonica formata dal salto ascendente, dell'aritmetica formata dal discendente.



In forza di questa ragione osservo ciò, che succede nel mio sentimento, e lo faccio osservare ad altri. Trovo, che il mio, e l'altrui sentimento corrisponde alla ragione, e si confessa, che così fisicamente succede. Dunque valerà la stessa ragione, e sentimento per il salto di quinta discendente, e ascendente. Discendente sarà più forte, allegro, e ardito; ascendente sarà più debole, malinconico, e dolce, perché discendente forma cadenza armonica, ascendente aritmetica. Dunque dato nel Basso fondamentale un progresso di salti di quarta ascendenti, l'armonia sarà forte, e allegra: di salti discendenti, debole, e malinconica ec.



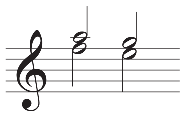
Siccome il progresso de' salti suddetti spiega molto più l'effetto, così fatto giudice di sentimento un Popolo intiero di Professori, dico, che il giudicio si accorderà con la ragione. Identicamente lo stesso ne' salti di quinta

 .

Ma il progresso forma cantilena, e la parte seguita la natura del tutto. Dunque della stessa natura saranno rispettivamente le cantilene formate dal progresso de' salti suddetti. Dunque con questo principio si può scoprir la natura di ciascun intervallo della scala diatonica. Perché se dal progresso dell'armonia nasce la cantilena, e questa non può non esser della stessa natura dell'armonia, da cui nasce, dato sopra la cadenza armonica il semituono maggiore, e il tuono minore dimostrativamente ascendenti


,

l'effetto loro (come ascendenti) sarà forte, allegro, ardito. Convertita la cadenza armonica in aritmetica, e per conseguenza convertiti dimostrativamente li due intervalli suddetti di ascendenti [p. 154]
in discendenti


,

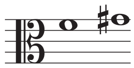
l'effetto loro (come discendenti) sarà languido, malinconico, e dolce. Ma della vivacità, e forza del semituono maggiore ascendente, della dolcezza dello stesso discendente siamo accorti ad onta della assuefazione, e il tuono minore soprastante è di forza fisico dimostrativa della stessa armonia. Dunque tale è la natura di que' due intervalli e per ragione, e per sentimento. Ecco dunque la chiave in mano per iscoprir con ragione la natura degl'intervalli; la chiave si è l'armonia. Perciò il più difficile a scoprirsi è il principale di tutti, ch'è la ottava, a cagione di non potersi ragguagliare all'armonia. Ma la ragione è altronde. Se questo è il primo di tutti gl'intervalli, il suo carattere dev'esser di semplicità, gravità, e maestà. Il carattere di semplicità è manifesto nella conversione del termine acuto in grave, perché diventa unisono. Di gravità, e maestà a me pare altrettanto manifesto, quanto che di propria natura non può convenire, se non al Basso; e però intervallo forte, e severo, benché congiunto a semplicità somma. Di fatto formata una cantilena di salti di ottava progressivi, o ascendenti, o discendenti, ed eseguita a ragguaglio, e a confronto da un Basso, e da un Soprano (gli estremi scoprono a maraviglia), la ben eseguita dal Basso, imporrà con l'ottimo effetto suddetto; la ben eseguita dal Soprano non solo non produrrà lo stesso effetto, ma se al sentimento di chi ascolta sia congiunto qualche riflesso, l'effetto sarà disgustoso, e ributtante. E qui comincia ad osservarsi un altro principio di ragione, e sentimento, ch'è la convenienza degl'intervalli alle voci rispettive. Rigorosamente il principio è lo stesso, cioè l'armonia. Ma come nell'armonia disposta a rigore ciascun intervallo ha il suo luogo particolare nelle voci rispettive integranti, o costituenti l'armonia; così a ragguaglio nella progressione dell'armonia formandosi la cantilena nelle voci suddette, gl'intervalli, che risultano da necessità, e non da arbitrio, vengono rispettivamente individuati a ciascuna voce; e questo è il principio particolare della loro convenienza. A ragguaglio di questi due principj la considerazione è doppia in ciascun intervallo della scala diatonica, cioè secondo la natura dell'effetto, e secondo la convenienza del luogo. Le conseguenze, e deduzioni sono tali, e tante, che importarebbero un intiero, e ben lungo trattato. Questo non è né il luogo, né il tempo; ed ella, Sig. Conte, sa troppo ben dedurre da sé. Passo dunque a dirle la mia opinione sopra la natura de' rompimenti delle note musicali ragguagliati nel valore a' piedi della Prosodia; vuol dire in sostanza la natura de' piedi, e non la natura delle note musicali ragguagliate a' piedi, perché in tal rispetto la musica serve materialmente alla Poesia. Questa ispezione è propria del Poeta, molto più come Filosofo, che come Musico. La cosa è chiara, perché al Poeta Filosofo appartiene l'indagare la convenienza de' [p. 155] moti relativi alla passione; e però deve conoscer intimamente la corrispondenza de' sensi interni con gli esterni, per mezzo de' quali si deve far strada agl'interni co' moti estrinseci convenienti. Al Musico in ciò null'altro appartiene se non il conservare i moti suddetti con esattezza, e rigore. Però dissi a principio, che la prima ricerca della natura degl'intervalli musicali era per me molto più difficile della seconda ricerca della natura de' rompimenti musicali. Nella prima ricerca aveva debito d'interessarmi, e internarmi perché Musico. Non ho debito nella seconda, perché non son né Poeta, né Filosofo. Venga dunque un Poeta Filosofo a far le sue parti. In tal caso ho opinione sopra il loro dato di poter, e saper fare anch'io la parte mia. Questa, e non altra è la mia opinione sopra la ricerca seconda. Se poi ella, che meco tutto può, e deve poterlo, mi obbligasse a far prova di me stesso, come Poeta, e Filosofo su tal argomento, le dirò con la mia solita sincerità, che in voce non avrò difficoltà alcuna di trattar seco lei questo argomento quanto ella desidera, e comanda: in iscritto non certamente. So i miei confini, e li osservo a rigore. Niente più facile della comunicazione di uno scritto o per lettura, o per copia. Mi arrossisco presentemente immaginando in tal caso la mia comparsa di Musico, Filosofo, Poeta. Me ne avanza della solo di Musico in sì fatto modo, che me ne resta confusione molto più che compiacenza. Sia questo dunque il mio confine; e il più dove io credo lecito l'avanzarmi in tal proposito, si è farle note una mia maliziosa osservazione particolare. Se vi è musica nelle Nazioni (e musica in qualche modo vi è da per tutto) non si troverà mai disgiunta dal Ballo. Questo è la chiave per iscuoprire, e dedurre i moti, e rompimenti rispettivi secondo la diversità delle Nazioni; né vi è pericolo di errore, perché il linguaggio è di natura. Indi la costanza per secoli, e secoli dell'uso dello stesso Ballo adottato dalle rispettive Nazioni in sì fatto modo, che dalla Nazione finalmente vien denominato. In ciascuno di questi Balli si trovaranno infallibilmente i moti fisici relativi alle sillabe lunghe, e brevi, e a' pié Prosodiaci: basta osservarli, e riportarli, il che non è difficil cosa. Questa in tal proposito è la mia Filosofia, che io con più vero nome chiamo maliziosa osservazione. Ella poi giudichi, se nel caso presente giovi più esser Filosofo, che osservatore; e qui finisco il Capitolo quinto, molto più contento di averla obbedita, che di quanto ho detto.

CAPITOLO SESTO.

[p. 156]

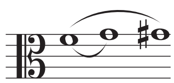
Degl'Intervalli e Modulazioni particolari della Musica moderna.

Torno in sicuro tornando al presente sistema, sopra cui fondato mi avanzo all'esame di que' particolari intervalli, e modulazioni, che si usano comunemente nella musica moderna, ma non si usavano nel secolo decimoquinto. Se allora vi sia stato qualche particolar Compositore, che abbia usato que' tali intervalli, de' quali son per trattare; o se il loro uso abbia cominciato posteriormente, io non lo so, né m'importa il saperlo; bastandomi, che si usino presentemente per esaminare il loro fondamento, e la loro natura. Questi particolari intervalli sono tre. La seconda superflua



,

vera seconda rispetto alle lettere musicali Ffaut, Gsolreut, ma maggiore del tuono sesquiottavo di un semituono minore

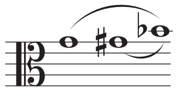


.

La sua forma è 75, 64. La terza diminuita

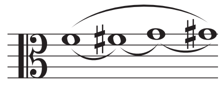
,

vera terza rispetto alle lettere musicali Gsolreut, Bfà, ma minore della terza minore di un semituono minore



.

La sua forma è 144, 125. In questi due intervalli nasce il caso pratico, che una seconda sia maggiore ragione di una terza, perché la seconda superflua costa di tre semituoni



;

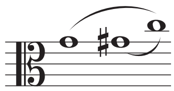
la terza diminuita di due solo semituoni

.

La quarta diminuita

,

vera quarta rispetto alle lettere musicali Gsolreut, Csolfaut, ma minore della quarta naturale di un semituono minore



.

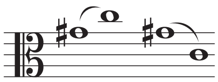
La sua forma è 32, 25. Nella seconda superflua convertendo l'acuto in grave, nasce la settima [p. 157]
diminuita

:

intervallo di molto uso tra noi. Nella terza diminuita convertendo l'acuto in grave, nasce la sesta superflua

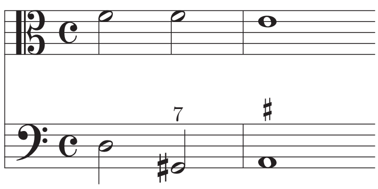
:

egualmente di molto uso. Nella quarta diminuita convertendo l'acuto in grave, nasce la quinta superflua



:

abbastanza frequente tra noi. La settima diminuita si considera, e si tratta da noi come dissonanza, ma non strettamente, perché si risolve sempre discendendo per semituono, ma non si apparecchia sempre, com'è la legge universale delle dissonanze



.

Egualmente

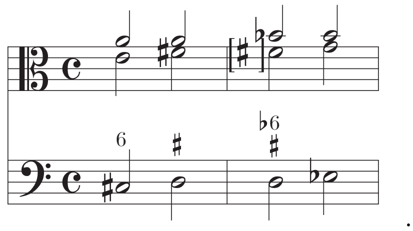
,

anzi in questo modo secondo si adopra parimenti la settima minore, cioè Ffaut con ♯. La quinta superflua si considera, e si tratta da noi non come dissonanza, ma come discordanza, perché non si apparecchia, e ascende.

ec.

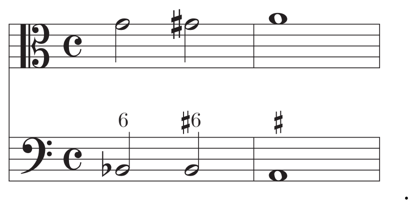
[p. 158]

È ben vero, che si considera in altro modo, come quarta diminuita, perché si tratta a guisa d'intervallo consonante

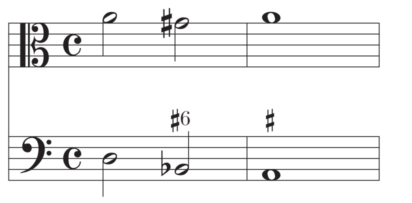


Ma di Dlasolrè seconda base essendo prima base Bfà, di cui Ffaut ♯ è quinta superflua, ancor questa si viene a trattare come intervallo consonante.

La sesta superflua si considera, e si tratta da noi a guisa di consonanza



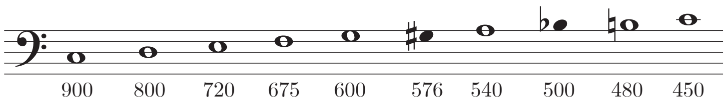
Egualmente



Ma si suppone prima base Gsolreut ♯.

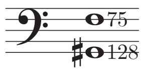
Altri maneggi si deducono praticamente da questi intervalli, ma bastano in genere gli esempi addotti per averne sufficiente idea.

Dico, che tutti questi intervalli sono inclusi nel presente sistema universale; sono i precisi dell'esempio 4 musicale delle dissonanze annesso alla figura VII, con cui si è inspessata la scala diatonica comune; e sono cromatici, ed enarmonici relativamente al presente sistema. Replico la scala inspessata ridotta col numero alle sue forme



.

La seconda superflua è tra Ffaut 675, Gsolreut ♯ 576: indi la settima diminuita



.

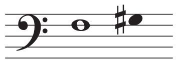
La terza diminuita è tra Gsolreut ♯ 576, Bfa 500: indi la sesta superflua

.

La quarta diminuita è tra Gsolreut ♯ 576, Csolfaut acuto 450: indi la quinta superflua

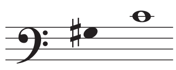
. [p. 159]

Dico, che l'intervallo

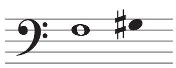


è cromatico; che l'intervallo

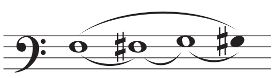
è enarmonico; che l'intervallo



è cromatico relativamente al presente sistema. Non vi è bisogno di prova, perché tuttociò è già dimostrato nel Capitolo quarto. Dico, che l'intervallo



è secondo la idea del Triemituono antico incomposto. È vero triemituono, perché divisibile in tre semituoni

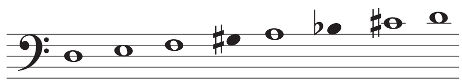

,

ma resta indivisibile rispetto alle lettere musicali Ffaut; Gsolreut, tra le quali non vi cade, né può cadervi altra lettera. Non così dell'intervallo

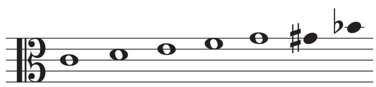

,

perché tra Gsolreut, Bfà vi cade Alamirè.

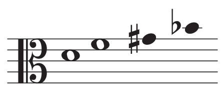
Di qual natura siano poi quest'intervalli, e qual per natura debba esser il loro maneggio, si può esaminare con un esempio musicale alla mano dedotto a tutto rigore dalla scala seguente


.

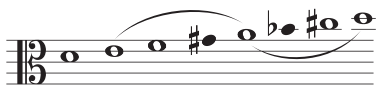
Lo scheletro, e fondamento di questa scala è in precisione l'esempio 4


,

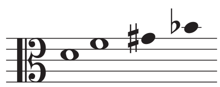
da cui sia sottratta la prima nota Csolfaut, come universale, e comune a qualunque sistema. Restando dunque le quattro note particolari dell'esempio 4


,

è chiara la formazione del tuono di Dlasolrè con terza minore, e de' due tetracordi eguali


.

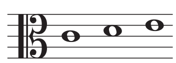
Ora dico, che tal genere di musica può trattarsi praticamente a rigore esattissimo della scala suddetta, e a rigore esattissimo de' suddetti intervalli sì nell'armonia del basso fondamentale, come nella rispettiva cantilena delle parti. Le leggi da osservarsi nascono da per sé dalla natura della scala. Sarà la prima, che non potranno, né dovranno esser prime basi, se non le note [p. 160] capaci di quell'armonia, da cui è dedotto il genere diatonico, quando sia vera la proposizione, che qualunque altro genere è dedotto dal diatonico, come la radice, e principio primo. Ma la proposizione è troppo vera, perché se i due generi Cromatico, Enarmonico nascono dalle ultime minime divisioni del semituono maggiore, si deve supporre il semituono non diviso. Ma questo è diatonico; dunque non possono darsi li due generi suddetti, se non appoggiati, e stabiliti sopra il genere diatonico. Dunque così, e molto più l'armonia. Di fatto nell'esempio 4



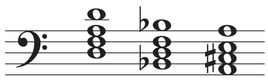
la cosa è evidente. Il primo intervallo è la terza minore


.

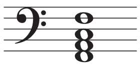
Dunque diatonica, perché il dedotto



è scala diatonica comune. Dunque nel Basso fondamentale non potranno trovarsi altre prime basi, se non le tre

,

perché nella scala suddetta altre note non vi sono, se non le tre assegnate, le quali siano capaci di tal armonia fondamentale. Né vi è luogo a supplemento con accidenti di ♯, ♭, perché la seconda legge dev'essere la inalterabilità della scala sì nell'armonia, come nella cantilena; altrimenti si mutarebbe natura. E però se per esempio si volesse porre per prima base Ffaut

,

levando il ♯ a Csolfaut della scala, sarebbe errore. Egualmente se si volesse porre per prima base Csolfaut naturale, Gsolreut naturale, ec., sarebbe errore, perché sarebbe inversione di natura. In somma com'è inalterabile la scala comune in ragguaglio alla natura del genere diatonico, così dev'esser inalterabile questa nuova scala in ragguaglio al genere particolare del presente sistema. Molto più, perché finalmente queste due scale devono esser a comun condizione. Dallo stesso universale principio si è dedotta per dimostrazione la scala diatonica, e si è dedotta per dimostrazione la presente. Dunque inalterabili e l'una, e l'altra.

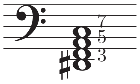
Con queste due sole leggi si può trattare praticamente tal genere di musica, e per quanto risulta alle mie, e altrui orecchie disappassionate, con ottimo effetto. Ed ecco un esempio di ben poco studio, e fatica: trasportato il tuono in Alamirè per comodo degli strumenti: [p. 161]

[p. 162]

Dico, che in questo esempio non vi sono dissonanze (eccettuata la quarta, e terza delle cadenze; qual è del genere diatonico), e lo dimostro. Se mi fosse dissonanza, non potrebbe esservi, se non nell'armonia equitemporanea delle quattro note

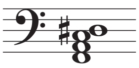

,

quali corrispondono al numero organico di terza base della settima $\begin{smallmatrix}6\\4\\3\end{smallmatrix}$, e però convertendo il numero in prima base, diventa $\begin{smallmatrix}7\\5\\3\end{smallmatrix}$, cioè

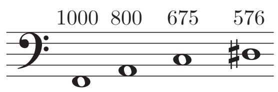


,

ch'è forma di dissonanza. Ma convertendo questa forma nella seguente

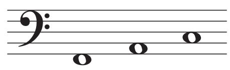

,

si trova, che nel numero non organico, ch'è materiale, ma della proporzione armonica, che è costitutivo della natura, è forma di consonanza. Dunque la sua vera forma è la seconda, e non la prima. Dunque nell'esempio non vi sono dissonanze. Che nella forma seconda si trovi la proposizione armonica, è chiaro assegnando il numero a ciascuna nota



.

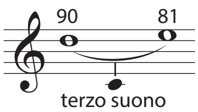
Le tre note Ffaut 1000, Alamirè 800, Csolfaut 675 sono le precise della scala diatonica comune, e però sopra queste non cade dubbio, sebben la forma, o sia ragione sesquiquinta tra Alamirè 800, Csolfaut 675 sia alterata: eccedendo 675 della ragione 81, 80, come si è veduto altrove. Ma questa alterazione è intrinseca, ed è inseparabile dall'armonico sistema, da cui si è dedotta la scala diatonica comune; e però nulla deroga al sistema, come armonico. Resta a vedere il quarto termine, ch'è la nota musicale Dlasolrè ♯. Quando questo si trovi o in armonica proporzione con gli altri termini, o talmente prossimo all'armonica proporzione, che sia fisicamente impossibile il distinguer la minima differenza, sarà innegabile la mia proposizione. Le tre note musicali



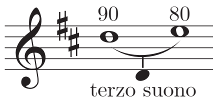
sono come $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$. Dunque perché il quarto termine, o sia nota musicale Dlasolrè ♯ sia in proporzione armonica coi tre antecendenti, dovrà esser $\frac{1}{7}$. Sia dunque comparato Csolfaut 675, Dlasolrè 576 alla ragione 6, 7, o sia $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$. [p. 163]

$$\begin{array}{rrrr} & 675: & & 576 \\ & 6 & & 7 \\ \textit{differenza}\ 18: & \overline{4050} & 18: & \overline{4032} \\ & 225 & & 224 \end{array}$$

Si trova la minima differenza razionale della ragione 224, 225, di cui manca Dlasolrè ♯. Ma questa ragione differenziale 224, 225 è molto minore della ragione 80, 81, di cui 675 eccede la vera forma sesquiquinta, e pure è ammessa dimostrativamente nell'armonico sistema. Dunque molto più dev'esser ammessa nello stesso sistema la molto minor ragione suddetta 224, 225; tanto più, che in risguardo al terzo suono è fisicamente sensibile la differenza di 80, 81, perché in di lui forza si distingue ed evidenza fisica il tuono minore



dal tuono maggiore

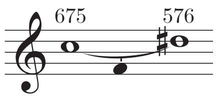


;

non è fisicamente sensibile la differenza di 224, 225, perché dato $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$ nelle note musicali

,

si avrà terzo suono Ffaut. Egualmente dato



,

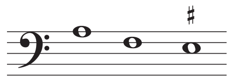
si avrà terzo suono Ffaut, perché il dito del suonatore premente la corda non arriva a distinguere il punto fisico di un solo termine della differenza 224, 225, ma nella pressione comprende assieme non solo i due punti fisici de' due termini suddetti, ma più ancora in eccesso, e difetto; e in tal caso il terzo suono ad evidenza fisica si determina a Ffaut. Dunque la vera forma è

ed è forma consonante.

Si aggiunga quanto si è detto qui sopra, cioè che nella scala suddetta non possono darsi se non le tre prime basi


,

quali trasportate in tuono di Alamirè sono


.

Dunque Ffaut prima base, non mai Dlasolrè ♯. È vero, che nella battuta 14 dell'assegnato esempio si trova, che ridotto il Basso a prime basi, vi sono due prime basi irreducibili alla diatonica armonia. Ma non per questo vi è dissonanza alcuna; ed io ad arte ivi ho voluto far [p. 164] vedere qual sorte di prime basi proceda a rigore da tal genere di armonia, e qual possa, e debba esser il loro pratico uso.

Si opporrà, che in tal modo si rovescia il fondamento del numero organico, perché si rende possibile una prima base col numero $\begin{smallmatrix}\sharp 6\\5\\3\end{smallmatrix}$, cioè

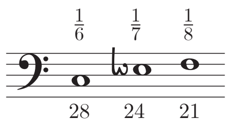
,

qual numero è della seconda base della settimana, non mai della prima base, il di cui numero dev'esser $\begin{smallmatrix}7\\5\\3\end{smallmatrix}$. Ma io risponderò, che la colpa non è mia: è del sistema. Son condotto dalla di lui forza a dovermi sottoscrivere al numero di proporzione, e non al numero organico materiale.

Si opporrà (e con giudicio molto) che quando si abbia a continuar la proporzione armonica oltre $\frac{1}{6}$ fino a $\frac{1}{7}$, la nota musicale corrispondente non è, né può esser mai Dlasolrè ♯, ma Elafà


;

e questa nota è secondo la vera natura della proporzione, e del tuono musicale, perché divide armonicamente la quarta



.

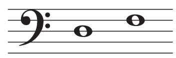
Perciò il tuono resta costituito in Bfà di terza maggiore per la cadenza armonica relativa


:

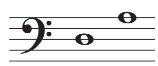
tuono ben lontano per natura dal tuono di Alamirè di terza minore, in cui si è qui costituito l'esempio musicale. Dunque falsa la proposizione ec.

La opposizione è bella, e buona, ma nulla tiene in questo particolare sistema, perché data la quarta

dico, che Dlasolrè ♯ è divisore armonico in differenza razionale di 224, 225, e però torniamo da capo. Dico poi di più, che date le radici aritmetiche sesquiterze 13, 15, e comparate a Dlasolrè ♯ come 576, e a Ffaut come 500, si trova la minima differenza razionale di 624, 625. Dunque in differenza ancor più minima, e però in ragione della stessa natura della ragion radicale sesquiterza. Dunque non vi è risposta. Se poi a cagione della minima differenza si volesse cozzare contro la dimostrazione, preferendo la proporzione armonica completa di $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{8}$, alla incompleta di 675, 576, 500, io non risponderò più con l'esempio dimostrativo soprassegnato della ragione [p. 165]
incompleta della terza minore

,

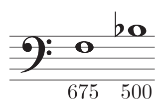
della quinta incompleta

,

che pure è della scala diatonica comune ad onta della sua dimostrativa deduzione dall'armonico sistema. Risponderò col fatto, con la sperienza, e col sentimento comune. Si giudichino a confronto da tutto il mondo musicale o nel suono, o nel canto queste due forme di armonia, come prime basi

,

anzi a confronto della seconda forma si giudichi la stessa armonia in qualunque altro modo disposta. Dall'effetto sempre ottimo della seconda, sempre duro, e sconcio della prima forma si rileverà ad evidenza fisica la verità della mia proposizione. Essendo impossibile nel presente sistema la disgiunzione del fisico dal dimostrativo, crederò, che la verità sia dove la dimostrazione, e l'effetto si congiunge: non mai dove l'effetto non corrisponde alla dimostrazione. A me, come Professore di musica, ciò basta, e avanza, ma non basta al presente sistema, come dimostrativo. Perché non essendo possibili nel medesimo due dimostrazioni, le quali tra loro si oppongano, è segno sicurissimo, che la dimostrazione qui sopra opposta all'assegnazione di Dlasolrè ♯, come divisore armonico della quarta, non è, né può esser dimostrazione. Ecco la sua fallacia. È vero, che dato $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{8}$: in numero 28, 24, 21, la proporzione armonica è completa, e 24 è il mezzo armonico completo. Ma non è poi vero, che 675, 500, cioè


,

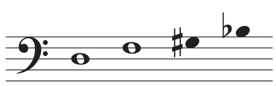
sia quarta completa, perché in numeri primi essendo come 27 a 20, è in differenza della forma 4, 3, di 80, 81; $\frac{\substack{20.\\4}}{80}$ $\frac{\substack{27\\3}}{81}$. Il termine 675, ch'è l'eguale a 27, ed è Ffaut, è inalterabile, perché del sistema diatonico, e dimostrativamente dedotto; ed è l'incompleto rispetto al primo termine della scala, Dlasolrè. Dunque il mezzo armonico, che deve dimostrativamente assegnarsi, non è di una quarta completa, come 4, 3, ma di una quarta incompleta, come 27, 20. Ora si dimostri, se di tal quarta trasportata in Csolfaut, Ffaut, sia mezzo armonico più prossimo Dlasolrè ♯, come 576 tra 675, 500, o Elafà, come $\frac{1}{7}$ tra $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$. Data la ragione 1269, 940, eguale a 27, 20, sarà [p. 166]
mezzo armonico 1080, perché

	1269		1080		940
differenze per 7:		189	7:	140	
in numeri primi come		27		20	

Comparati li due termini 675, 576 (in numeri primi 75, 64) a 1269, 1080 (in numeri primi 47, 40) risulta la ragione differenziale 375, 376. Comparati 6, 7 a 40, 47, risulta la ragione differenziale 140, 141. Ma 375, 376 è molto minor ragione di 140, 141, e risulta dalla comparazione di 40 vero mezzo armonico a 64, ch'è Dlasolrè ♯. Dunque Dlasolrè ♯ è tanto più prossimo di Elafà al vero mezzo armonico, di quanto la ragione 375, 376 è minore della ragione 140, 141, e questa è la fallacia scoperta. Dunque vera la mia proposizione, perché vero il sistema, da cui fedelmente l'ho dedotta. Se poi in pratica per evitar la confusione giova intender il numero organico come si è inteso sinora (e giova veramente), si faccia senza scrupolo alcuno: molto più, perché un tal difetto non procede intrinsecamente dal numero organico, quale per propria forza è sempre una pratica dimostrazione; ma procede dalla mancanza di un segno musicale, che in questo, e in altri casi dovrebbe aggiungersi di nuovo per dimostrare la individual differenza di que' termini, i quali sebben segnati con la stessa lettera musicale, non ostante sono tra loro diversi. Perciò come dimostrativamente l'accento Dlasolrè ♯ è vero divisore armonico della quarta Csolfaut, Ffaut, e però vera settima di Ffaut, ma non mai da segnarsi con la nota musicale Elafà; così praticamente lo stesso Dlasolrè ♯ rispetto alle lettere musicali è vera sesta di Ffaut, e quando si ponga in prima base, diventa Csolfaut la sua vera settima. Dunque il difetto non è nel numero: è nella mancanza di un segno. Basta dunque all'intento la intelligenza dimostrativa del suddetto intervallo, e nulla più.

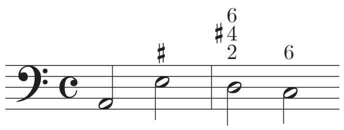
Quattro cose aggiungo relative all'addotto esempio musicale. La prima, che ad arte ho disposto l'armonia delle quattro note

in diverse forme, acciò apparisca l'effetto, l'uso, e il maneggio diverso di que' tali intervalli. La seconda, che questo particolar sistema è capace di molte dissonanze senza alterazione della scala assegnata, il che è facile a vedere. La terza, che quantunque abbia chiamato qui sopra e questa scala, e questo sistema di genere cromatico, enarmonico, non intendo però, che a rigore così debba chiamarsi. Quanto ho fatto vedere nella scala diatonica inspessata, è certo, ch'è analogo a' due generi cromatico, enarmonico. Ma quanto si vede nella scala particolare di questo nuovo sistema è altrettanto certo, che l'analogia non vi è, se non in radice. Voglio dire, che questa scala essendosi dedotta dall'esempio 4 musicale annesso alla figura VII, e dalla inspessazione della scala diatonica con le note dell'esempio 4 essendosi dedotti li due generi suddetti, si può dire con verità, che l'analogia sia in radice. Nulla importandomi de' nomi, a me basta, che sia affatto sensibile la differenza delle due scale, e delle due rispettive armonie, perché si conosca [p. 167]
la diversità del sistema; e mi basta di aver ridotti al suo genere, natura, e principio que' tali intervalli, che noi pratichiamo sparsamente, e indifferentemente senza regola, e senza categoria. La quarta cosa, che qui conta molto si è quella, che le quattro note

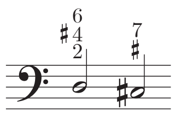
,

fondamento di questo particolare sistema, quali sono in precisione le dissonanze dimostrate nell'esempio 4 annesso alla figura VII, relative alla scala diatonica comune, in questo sistema si reggono da sé come consonanze. Ecco dunque da una parte la perfezione del loro principio, ch'è il Circolo; e dall'altra la falsa idea, che si è avuta sin qui delle dissonanze mal grate all'udito. Son più che sicuro, che molti vi avrà di quelli, che riceveranno piacere non ordinario da questa particolare armonia, quantunque costituita da note musicali di prima intenzione dissonanti; e niuno forse si trovarà, che ne riceva dispiacere, e disgusto.

Dagl'intervalli particolari suddetti nascono per lo più le particolari modulazioni, le quali da molti si usano ne' nostri tempi. Dico per lo più, perché, come si vedrà, si può averne qualcheduna indipendentemente da' medesimi. Dico da molti, perché non tutti quelli, che per altro sanno benissimo dove stanno di casa, voglion valersene. Anzi ho osservato, che quegli uomini distinti, ne' quali si trova sentimento esquisito congiunto a fondamentale ragione, non le usano mai. Queste particolari modulazioni sono sostanzialmente inganni artificiali di modulazione, perché dove questa dovrebbe andare per la natura del tuono, in cui si è istituita la composizione, al tale determinato tuono relativo, si fa andare per arte ad un tuono affatto lontano e per natura, e per relazione dal tuono principale istituito. Un esempio spiegarà intieramente la cosa. Sia in tuono di Alamirè con terza minore il seguente progresso di armonia, e modulazione


,

la modulazione sarà naturale del tuono proposto. Ma nella risoluzione di Dlasolrè, ch'è la dissonanza di settima posta in Basso col numero $\substack{6\\ \sharp 4\\ 2}$, avendo luogo l'arte di risolverla legittimamente, così in Csolfaut seconda base, come in Csolfaut ♯ prima base di terza maggiore



con la dissonanza di settima, ch'è apparecchiata dal numero 6 di Dlasolrè, nasce da ciò l'inganno della modulazione, quale in vece di ritornar in Alamirè con terza minore, ch'è il suo principio, [p. 168]
passa in Ffaut ♯ prima base di terza minore per natura della cadenza armonica proposta in Csolfaut ♯ prima base di terza maggiore


.

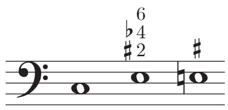
Quanto sia lontano il suono di Ffaut ♯ con terza minore dal tuono di Alamirè con terza minore, lo sa qualunque dell'arte. Pure si usa da molti questo inganno artificiale di modulazione; e con inganno simile ritornando poi al tuono principale, come sarebbe per esempio


,

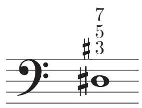
si stima una bellezza, e finezza non ordinaria dell'arte nostra. Egualmente nasce questo inganno di modulazione da qualunque nota musicale di doppia figura. Dato per esempio Dlasolrè ♯, nel tasto organico fa doppia figura, di Dlasolrè ♯, e di Elafà, perché lo stesso tasto serve a queste due note


.

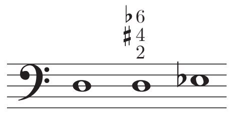
Indi l'inganno artificiale


,

perché Elafà si prende come


.

Egualmente


,

perché la quarta con ♯, ch'è


,

si prende come

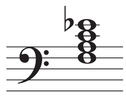

.

Io non mi prendo premura di apportarle gli esempj più esquisiti. Bastano questi, che mi cadono sotto la penna per dargliene idea generale. Ma mi prendo bensì la premura di assegnare la origine, e la miniera di questi artificj, e di produrre il mio sentimento sopra l'uso de' medesimi. Dico dunque, che la origine non è, né può esser nella scala diatonica comune, perché sarà impossibile qualunque di tali artificj, dove non vi entri, o il semituono minore, o nota musicale di doppia figura: due condizioni, le quali non vi sono, né possono esservi nella scala diatonica come intesa a rigore. Dico, che la origine è nella scala diatonica inspessata dell'esempio 4 annesso alla figura VII. Ivi si trovarà la miniera per dedurne molti, e curiosi; e molto più, se [p. 169]
si aggiunga alla scala suddetta la settima consonante.

Dico, che in precisione l'armonia

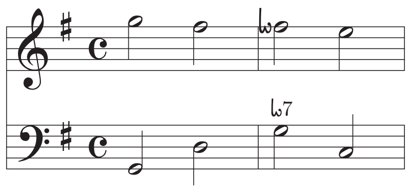

,

sopra cui è fondata la scala particolare, e l'esempio musicale di questo Capitolo, è principio primo, e l'esemplare di tale artificio, perché come si è veduto, può convertirsi in settima consonante



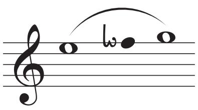
.

Indi data la parte acuta



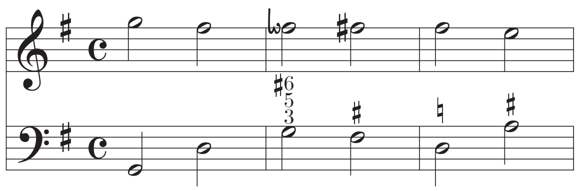
,

in cui Ffaut ♭♭ deve supporsi settima consonante, perché divisore armonico di



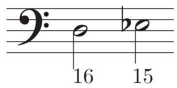
,

dico, che convertendolo nell'armonia, e nella modulazione in



ec., cioè Elami ♯, applicato a luogo opportuno sarà ottimo effetto, perché rigorosamente l'armonia, e la modulazione non si allontana dal tuono proposto, che finalmente dev'esser l'oggetto principale. Questo per l'appunto è il fondamento, sopra cui appoggio il sentimento mio, rispetto a tali artificj. In una composizione regolata da tuono proposto, e stabilito son persuaso, e convinto, che altri artificj di questa natura non possano aver luogo, se non que' soli, i quali non si partono dalla rigorosa modulazione del tuono. Dove poi possano interamente aver luogo quanti mai sono possibili per arte, credo, che siano i Recitativi di un Dramma, di un Oratorio, e cose simili. Perché i Recitativi non solamente non sono ivi obbligati a tuono proposto, e stabilito, ma anzi per lo contrario servono al comodo del Compositore per disporre, ed apparecchiare ad [p. 170]
arbitrio il tuono delle arie, o canzoni. In ispecie poi, e in precisione ottimo effetto possono produrre nel recitativo tali artificj, quando s'intenda la loro forza, e natura, e si adattino alle parole convenienti, di che in un Dramma non manca la occasione. Dopo tutto ciò, che appartiene alla pratica, resta a vedere, se tali note musicali di doppia figura possano dimostrativamente servire a tal uso. Ma è troppo facile il vedere, che nol possono in modo alcuno, perch'è troppo evidente la differenza, che vi è del semituono minore

al semituono maggiore



.

Regge il tasto organico medesimo a Dlasolrè ♮, e ad Elafà, ma non regge la stessa ragione; e però è dimostrativamente impossibile, che le due note suddette possano convertirsi tra loro, dovendosi intender lo stesso di tutte le note musicali di doppia figura. Dunque dimostrativamente tali note non possono servire a tal uso, sebben praticamente si fanno servire. E qui finisco il sesto ed ultimo Capitolo.

CONCLUSIONE.

Stabilite le parti integrali del presente sistema, conchiudo il trattato riuscito più lungo di quello, che io mi aspettassi. Prevenendo le difficoltà, che risguardano il sistema, le propongo, e le sciolgo. Due difficoltà nascono nel Capitolo primo sopra due fenomeni ivi esposti, e sono; la corda sonora tesa sul monocordo, e il terzo suono risultante da due, o più dati suoni. La corda sonora, che da me si asserisce non produrre se non tre suoni, come 1, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$, da altri si asserisce produrne molti più, cioè $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, oltre 1, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$; ma difficilmente sensibili, perché in ottava con la unità, e tra loro. Altri successivi dopo $\frac{1}{5}$, cioè $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$ ec.; ma quali insensibili, perché troppo acuti. Sia così; ma da niuno si dubita, se siano, o no in armonica proporzione. Questo basta al mio intento; non sarà vera in tal rispetto qualche mia proposizione particolare: resta vero il sistema nelle sue parti integrali. Il terzo suono, che io dico unisono costantemente a $\frac{1}{2}$, quando i dati suoni siano in serie armonica, si può dubitare che sia unisono al tutto, o sia alla prima unità della serie. Di fatto la qualità di questo terzo suono essendo diversa dalla qualità del suono naturale delle corde, questa diversità può cagionare equivoco ad onta del più esquisito senso di udito, e di migliaja di prove. Sia così in ipotesi, ma non vi è luogo a dubitare, se il terzo suono [p. 171]
sia, o no il basso armonico, o sia la radice armonica de' dati suoni. Tanto basta, e avanza al fisico stabilimento dell'armonia: unico, e principale oggetto del presente sistema.

Nel secondo Capitolo interamente ordinato a provare armonica la figura Circolare, oltre qualche difficoltà può esservi confusione, perché io provo la proposizione suddetta in tali, e tanti modi, che non solamente è difficile comprenderli tutti; ma compresi che siano, pare che i principj diversi, da' quali deduco le proposizioni, si oppongano tra loro. Altrettanto a ciò contribuisce il fine del Capitolo, dove per darle idea più completa della scienza mi son dilatato oltre i confini del sistema, quando in tutto il rimanente del trattato mi son ristretto di proposito alle cose puramente necessarie. Ma molto più contribuisce a difficoltà, e confusione il principio, e il metodo, di cui mi valgo, perché la prova principale della mia proposizione essendo dedotta da ragioni astratte, come principj primi producenti, e formanti la figura circolare, e non da quantità concreta lineare, o sia dalla già formata figura, la novità del principio, e del metodo deve necessariamente produrre difficoltà, e confusione. È facile il rimedio sciegliendo, e congiungendo le sole seguenti proposizioni ivi dimostrate. Prima; la tripla, proporzione determinante l'armonico sistema, di cui è il fondamento concreto, com'è il principio astratto dell'armonica proposizione. Seconda; li quadrati de' seni, mezzi armonici della ragione, in cui si è diviso il diametro (ridotta la ragione a proporzione geometrica discreta ec.), in forza de' quali si è dimostrata armonica la circonferenza. Terza; il diametro, come somma di due raggi, e come diviso da seni, aritmetico nel suo principio concreto, perché necessariamente composto, e diviso da unità eguali. A queste tre proposizioni si aggiunga la proposizione di Archimede, in cui per poligoni iscritti, e circoscritti si dimostra esser il diametro alla circonferenza come 7 a 22, nulla per ora importando il difetto di 7, o l'eccesso di 22. Nelle mie proposizioni contenendosi il principio *a priori*, nella proposizione di Archimede contenendosi il principio *a posteriori* della figura circolare, dico che ordinate tra loro le quattro proposizioni risulta quella tal dimostrazione della verità del mio principio, e del mio sistema, a cui né Ella, né chiunque avrà mai che opporre. Ecco l'ordine. Per la prima proposizione la tripla è la produzione determinante l'armonico sistema ec. Dunque se la figura circolare procede da un principio armonico primo, in qualunque modo proceda, questo principio primo non può esser se non la tripla. Sia perciò la tripla geometrica discreta 2, 3, 4, 6, formata da due mezzi, armonico 3, aritmetico 4, tra' quali si assegni il mezzo aritmetico 3: $\frac{1}{2}$, e però duplicati i termini in 4, 6, 8, 12, sarà 7 il nuovo mezzo aritmetico assegnato; sarà diverso dal mezzo aritmetico 4, ch'è il mezzo naturale della proposizione; e come centro, o sia mezzo de' due mezzi 3, 4, secondo la scienza [p. 172] del premesso trattato, sarà indicazione dimostrativa delle radici triple, quando si congiunga con qualunque de' due estremi 4, 12. Indi si sommino i tre soli termini della tripla armonica, 12, 6, 4. Sarà la somma 22, e risultarà la posizione de' due termini 7, 22, dedotti sistematicamente dalla ragion tripla. Ma per la quarta proposizione il diametro è 7, la circonferenza è 22. Per la terza proposizione il diametro è aritmetico: egualmente 7 mezzo aritmetico tra 6, 8. Per la seconda proposizione la circonferenza è armonica: egualmente 22 somma della tripla armonica. Dunque vero il principio, e il sistema.

Ora si cerchi cosa risulti dalla posizione di Mezio assai più esatta, 113 diametro, 355 circonferenza. Sia la tripla geometrica discreta 28, 42, $\begin{matrix}48\\49\\50\end{matrix}$, 56, 84. La posizione 28, 42, 49, 56, 84, è eguale alla posizione 4, 6, 7, 8, 12. Li due termini aggiunti 48, 50, sono i due mezzi, armonico 48, contrarmonico 50 della sesquiterza 42, 56, di cui è mezzo aritmetico 49. Si riducano a proporzione geometrica discreta li tre termini 48, 49, 50,

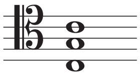
$$\text{in } 2352, \begin{array}{ll} \text{mezzi} & \\ 2400 & \text{arm.} \\ 2401 & \text{aritm.} \\ 2402 & \text{contrar.} \end{array} \quad 2450.$$

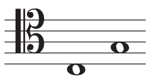
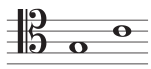
A ragguaglio moltiplicati per 49 i tre termini della tripla armonica 28, 42, 84, saranno 1372, 2058, 4116; sarà la loro somma 7546. Si moltiplichino i due mezzi 2401, 2402 per 355. Sarà il risultato di 2401, 852355: di 2402, 852710. Si moltiplichi 7546 per 113, e per 355. Saranno i due risultati 852698, 2678830, eguali a 113, 355, come 852355, 2678830 sono eguali a 7, 22. Posto mezzo 852698 tra 852355 mezzo aritmetico, e 852710 mezzo contrarmonico, e dedotte le differenze, risultano per differenze i due termini 343, 12. Fatta a questi l'analisi, si trova, che 12 è l'estremo preciso della tripla assegnata 4, 6, 7, 8, 12; che 343 è il cubo di 7, perché 7 per 7, 49; e 7 per 49, 343. Ma 7, 12, è la mia posizione in radice, indicante dimostrativamente le radici triple; le differenze (di consenso comune) sono i minimi componenti primi; il principio de' poligoni è affatto diverso dal mio principio, e si risolve per le differenze nel mio principio. Dunque, sia incognita quanto si vuole la scienza indicata dal risultato numero Cubo; sia impossibile dimostrata, e confermata la verità del mio principio, e del mio sistema: essendo dimostrativamente necessario, che tali precisioni dipendano da un principio vero, e primo. Legittima conseguenza si è ch'essendo vera la scienza, i principj, il sistema, la difficoltà inevitabile, che risulta dalla loro novità, debba esser superata da studio, tempo, e coltura.

Nel terzo Capitolo due sono le difficoltà relative al sistema. Prima, se il circolo sia [p. 173] immagine, o esemplare. Seconda, se il fisico-armonico sistema abbia la sua estensione integrale sino alla sestupla, e nulla più. Queste due difficoltà sono ivi sciolte in tal modo, che non ammettono riposta. Rispetto alla seconda difficoltà è vero, che per provare il compimento dell'armonico sistema nella sestupla estensione mi valgo del fenomeno della corda sonora tesa sul monocordo come producente non più che tre suoni; e però quando i suoni si estendano oltre $\frac{1}{5}$ in $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$ ec., la prova non tiene certamente. Ma questa essendo prova aggiunta, e la principale essendo la dimostrazione, per cui si fa ivi chiaramente vedere, che il sistema armonico oltrepassando $\frac{1}{6}$ si converte in sistema geometrico, questa non ammette risposta. Nel fine del terzo Capitolo, dove definisco le rispettive armonie, e in conseguenza le consonanze, e dissonanze, occorre la più grave, e importante di tutte le difficoltà. È certo, che nella definizione della fisica armonia io realizzo quelle nature di quantità, che rispetto al modo comune di pensare null'altro sono, se non disegnazioni della nostra mente; e però è certo, che ivi mi oppongo al pensamento comune. Ma non son io, che mi oppongo: sono i fenomeni, che costringono e me, e quanti siamo a dover così pensare. Ardiremmo noi forse di chiamar nostra disegnazione i suoni, che risultano dalla corda tesa sul monocordo? Il terzo suono, che risulta da due, o più dati suoni? I suoni di consenso, che risultano dalle tali date figure de' corpi sonori ec.? Queste sono leggi di natura indipendenti affatto dal nostro arbitrio, e dalle nostre disegnazioni. Da queste io mi son lasciato ciecamente condurre, e a queste rigorosamente mi sottoscrivo. Perciò se qui vi è luogo a opposizione, si faccia non a me, ma alla fisico-armonica natura.

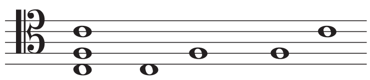
Non sapendo io prevedere altre difficoltà sostanziali, ed essendo stabilito ne' tre Capitoli primi l'intero sistema, mi lusingo di averlo stabilito con tutto quel rigore, a cui sin da principio mi son obbligato. Non però intendo di aver consumato il trattato con tutte le possibili particolari deduzioni. In tal caso vi avrebbe voluto non poca mole, ma un volume, da cui Ella Sig. Conte abborrisce [sic], ed io egualmente. Per altro che sia necessario un tal volume, in cui si contenga la scienza, e l'arte del contrappunto, e questa sia interamente consumata, e pianamente ridotta a intelligenza comune della professione musicale, lo confesso Sig. Conte, è pur troppo necessario; e l'uomo veramente atto alla impresa è qui tra noi. Piaccia a Dio, che per vantaggio della professione vi si disponga, giacché quanto vi è sinora in pubblico tra noi di precetti Musicali, non ha altro fondamento, che la sola pratica. Ma qui non finisco di maravigliarmi abbastanza, considerando sin dove in questo proposito sia arrivato l'umano sentimento. È certo, che sono molti secoli da che si compone in armonia. È certo, che in tutti questi secoli non si è veduto un [p. 174] trattato, che dimostri i veri principj dell'armonia, e da questi deduca le regole del contrappunto. È certo, che scoperti finalmente questi principj, e dedotte le regole principali, com'Ella ha veduto nel trattato, si trova che la pratica per puro sentimento ha colto intieramente nelle suddette regole principali. Bisogna dire, che la musica sia in noi congenita, e l'armonia sia molto analoga alla umana ragione. Qui ella mi ricercarà, se supponendo che non vi sia armonia musicale, in forza di questa sola scienza possa dedursi la stessa armonia musicale, che si è dedotta per sentimento. Le rispondo esser possibilissima la deduzione. Il metodo da me usato è relativo al di lei comando. Ella ha voluto le ragioni scientifiche della nostra pratica musicale, supposta la esistenza dell'armonia, e nulla più; ed io credo di esserne riuscito. Per altro quando Ella rifletta allo spirito, e sostanza del trattato, vedrà evidentemente la possibilità della deduzione indipendente dal sentimento. Se poi giovi seguir il sentimento piuttosto che la scienza, o per lo contrario, io nol decido. Rifletto bensì, che questo sentimento è reale, questa scienza è reale. Perciò conchiudo, che giovi congiungere il sentimento alla scienza, sebben confesso sinceramente, che una tal scienza dedotta da tali fondamenti, e stabilita in tal modo sia molto più da Filosofo, che da musico pratico, e però difficile abbastanza per chiunque. Son persuaso, che quando fosse pubblicamente nota, e coltivata, lo studio, il tempo, le ulteriori scoperte, e osservazioni produrrebbero facilità maggiore congiunta a somma utilità in due rispetti. L'uno, che l'umano sentimento appoggiato a vera scienza, e ajutato dalle cose fisiche inseparabili dalla medesima si spiegarebbe molto meglio, e si dilatarebbe molto più; indi una ben fondata speranza di pervenire per altra strada a quel segno, a cui sono pervenuti gli antichi. L'altro, che si scuoprirebbe felicemente un giorno quale, e quanta sia la estensione della scienza fisico-armonica, di cui la nostra musica è una piccola parte. Molti uomini dotti, e profondi si sono in diversi tempi interessati per la musica considerata in quel prospetto, che han creduto esser il legittimo; e a ragguaglio han detto, e dedotto cose vere, maravigliose, e degne di ogni lode. Ma quando fosse veduta in questo nuovo prospetto, che risguardo all'armonia io son convinto esser l'unicamente vero, e legittimo; ed uomini sì fatti si degnassero d'interessarvisi nuovamente, conoscerebbero assai meglio di me contenervisi cose molto maggiori, e di somma importanza. Ma di ciò nulla a me non per altro interessato, se non che per servirla nel particolar suo piacere. Torno dunque al proposito, e dico che quando Ella secondo il suo modo, e metodo rigoroso abbia fatto l'esame delle parti sostanziali del sistema, e trovi che il sistema regga interamente alla prova, faccia Ella le sue particolari deduzioni, e son sicuro, che dedurrà ottimamente senza che cosa alcuna le sfugga dalla considerazione.

Se io le dico per esempio, che la regola di non doversi fare due ottave, e due quinte [p. 175] successive tra le parti dell'armonia ha il suo principio non solo in genere dalla natura de' due sistemi armonico, aritmetico, ne' quali le ragioni successive sono sempre diverse, ma in ispecie dalla dupla, e sesquialtera, come ragioni fondamentali dell'armonico sistema, e però per dignità, e significazione affatto distinte dalle altre ragioni. Se io le dico, che la regola de' moti contrarj tra le parti ha il suo fondamento nell'esempio musicale 3 annesso alla settima figura, in cui non solo è chiaro il moto contrario a confronto dell'esempio 2, ma vi è di più la indicazione della regola di que' tali progressi di nota a nota, che per gradi, o salti sono leciti tra le parti, e il Basso. Se io le dico, che la regola della formazione de' soggetti reali (artificio distinto, e miniera di altri molti) sta sostanzialmente nella divisione armonica, e aritmetica della ottava: e però divisa armonicamente la ottava


,

se una propone  , l'altra deve rispondere  ;

e così se divisa aritmeticamente



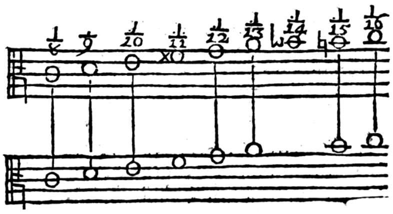
ec. Se io o questo, o altro le dica per esempio passeggiero, so di dir cose per Lei superflue. Replico dunque, che quando Ella trovi vero il presente sistema in se stesso, e in ciascuna sua parte (ma siamo al caso, o tutto, o nulla), Ella avrà occasione rispetto al suo talento pronto, e profondo di dedurre per molti, e molti anni; ed io credo con ragione, ch'essendo Ella giovane, io oramai vecchio, ella seguirà a dedurre, io non sarò più tra' viventi. Qualunque cosa succeda, finché vivo, son suo per debito, rispetto, e cuore; e però sempre disposto ad obbedirla, come ho fatto presentemente.

I L F I N E.

Note di trascrizione

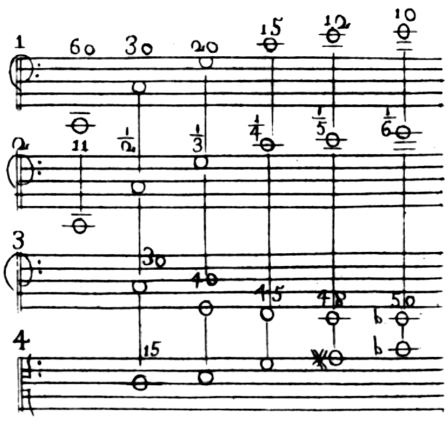
A pag. 84 dell'originale,
la seguente immagine presenta
due Do al basso:

A pag. 95 dell'originale,
la seguente immagine presenta
un collegamento tra i La:



A pag. 119 dell'originale,
la seguente immagine non presenta
il segno sul La:

Nella tavola dopo pag. 174 dell'originale,
la seguente immagine presenta
un 11 sul primo Do del secondo rigo:



Conservatorio di Musica "Giuseppe Tartini", Trieste.
Redazione a cura di Cristina Scuderi (cura dei testi)
e Tiziano Bole (riproduzione di immagini grafiche e redazione in LaTeX).