RISPOSTA

DI UN'ANONIMO

AL CELEBRE SIG. ROUSSEAU

Circa al suo sentimento in proposito d'alcune proposizioni del Sig. Giuseppe Tartini.

IN VENEZIA,

MDCCLXIX.

APPRESSO ANTONIO DE CASTRO,

Alla Libreria della Costanza.

CON LICENZA DE'SUPERIORI.

PREAMBULO.

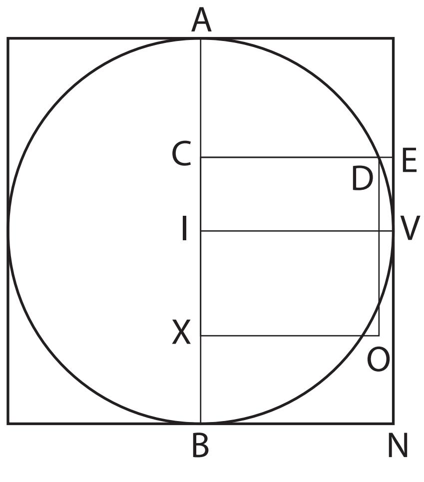
[pag 3]

A chi è curioso di saper ch'io mi sia, rispondo che sono un amatore del vero, di che in questo Foglio dò un pubblico riscontro. Pervenutomi in mano il Dizionario di Musica del Celebre M. Rousseau, in più luoghi del quale parzialità rilevai di questo famoso Soggetto per il Trattato di Musica del Sig. Tartini insigne Proffessore di Violino in Padova, del quale Trattato esso M. Rousseau ha fatto, e pubblicato nello stesso Dizionario il trassunto, mentre lo andavo con qualche attenzione scorrendo, avvenutomi in un periodo di questo trassunto, in cui M. Rousseau di propria sentenza dice, che la ivi assegnata dimostrazione del Sig. Tartini non è generale, e che il medesimo [pag 4] per le sue dimostrazioni combinando quantità eterogenee, queste nulla conchiudono per il di lui intento, quì seriamente mi fermai per rilevare, o il vero, o il falso delle due asserzioni. Parziale anch'io di quel musicale sistema, e concorde con M. Rousseau nell'asserirlo sistema di profondità, e di genio, egualmente che di lunghezza, ed oscurità, sull'esame delle due asserzioni mi fissai con tutta l'intensità di spirito, mercé che dalla verificazione di queste, rimanendo interamente distrutto il detto sistema, mi avrei trovato inavvedutamente parziale del falso. Con grave fatica per il numerico modo di quella, e di altre dimostrazioni dello stesso Trattato sembrandomi d'aver scoperto il vero, ma non fidandomi abbastanza, passato a Padova, volli personalmente conferire con l'Autore. Nel di lui numerico modo conto esatto egli mi rese di quella, e di altre sue dimostrazioni, le quali da me riportate alla Geometria tutte trovai geometricamente verificate. Confermatomi dall'Antore [*Autore*] quanto mi sembrava d'avere scoperto, e conchiuso, mi compiacqui di aver colto col mio talento nel vero. Ma poi ben altrettanto mi sorprese il rilevare a geometrico confronto quale e quanta sia la facoltà del numero inteso nel senso, ed applicato nel modo di tale Autore, il quale se dice di non saper Geometria dice il vero, e [pag 5] ne sono io testimonio di fatto; ma di saperla non ha certamente bisogno, se a qualunque geometrica prova reggono le sue numeriche dimostrazioni. E qual Geometra può difendersi da sorpresa, vedendosi sotto gl'occhi dimostrata col numero la realità, la facoltà, e l'uso nella Geometria del mezzo contrarmonico, di cui si sa ben la definizione, ma dell'uso, e dell'applicazione del medesimo nella Geometria non si ha fin'ora esempio alcuno? In questo foglio si vedrà la verità col fatto, il quale tanto più sorprenderebbe, se avendomi il detto Autore dimostrata col numero la facoltà di questo mezzo applicato alla Fisica, un breve foglio quale mi sono proposto bastasse alla lunga spiegazione, che a tal bisogno si richiede. Ma qui più oltre non m'impegno, che di convincere di falsità le due asserzioni di M. Rousseau nel suddetto periodo contenute. A ciò m'impegno, perché da me rilevato costante il sentimento del Sig. Tartini di non volere impetere contro M. Rousseau per la stima di un tanto Uomo, alla quale non vuol derogare con la pubblica scoperta del di lui sbaglio, amante del vero come io sono sicuro della verità che propongo e dimostro, ascrivo a mio debito il sostenerla e pubblicarla. Bilanciata la stima che ho anch'io di M. Rousseau con il pubblico benefizio che dalla [pag 6] scoperta di una luminosa verità gravida di molte eltre [altre] necessariamente deriva, da questa parte la bilancia trabocca, e però m'accingo alla impresa.

[pag 7] La numerica dimostrazione del Sig. Tartini fondata sulli tre termini 3, 5, 7, è a carte 22. del secondo Capitolo del di lui Trattato di Musica stampato l'anno 1754. nel Seminario di

Padova; ivi si apporta come un'esempio per dimostrare il Circolo con legge armonica costruito, perché qualunque seno dedotto dalle parti del diametro diviso in qualunque ragione, rispetto alle quali è mezzo geometrico, dimostrandosi mezzo armonico rispetto alla proporzione geometrica discreta con i tre mezzi determinati; armonico, aritmetico, e contrarmonico, formata, e dedotta dalla ragione in cui sono le dette parti, si conclude che la linea circolare sia la somma di infiniti radicali armonici, come quella di cui tutti li punti determinano e costituiscono radicale armonico qualunque linea perpendicolare al di lei diametro, e però sia essa necessariamente con legge armonica costruita. In fine si trovano aggiunte queste parole; *così di qualunque ragione ec.* acciò l'apportato esempio non lasci dubbio, che la dimostrazione non sia generale. Poi a carte 24 dello stesso capitolo vi è il testo seguente; *diviso il diametro in qualunque ragione razionale, il quadrato del seno è mezzo armonico trà li rettangoli, che hanno per basi le parti del diametro, e per altezza il raggio.* Questa è proposizione generale, non già del detto Autore, ma della Geometria; è di nozione comune, e ciascun Geometra ha debito di saperla.

Il periodo di M. Rousseau è a carte 480 del suo Dizionario di Musica; è di propria di lui sentenza, mentre nello stesso luogo della detta dimostrazione dice nel suo trassunto: *oltrepasso espressamente tutte le altre proposizioni del Sig. Tartini sopra la natura aritmetica, armonica,* [pag 8] *e geometrica del Circolo, come anche sopra li termini della serie armonica da lui data sopra la ragion sestupla, perchè le sue prove date solamente in cifre non stabiliscono veruna dimostrazione generale; oltredicchè paragonando egli spesso tra di loro delle grandezze eterogenee, trova delle proporzioni in cose, nelle quali non è possibile nemmeno di vedervi rapporto alcuno. Così quando Egli crede di provare che il quadrato d'una linea è medio proporzionale d'una tal data ragione, Egli non prova altro, se non che un dato numero è medio proporzionale tra due altri; perché le superficie, ed i numeri astrati non essendo della medesima natura non si possono tra di loro paragonare.*



Siano dunque applicati nella presente figura li tre numeri del Sig. Tartini nel modo seguente. Sia il diametro $AB = 10$, che è la somma degli estremi 3, 7. Saranno le parti del [pag 9] diametro $AC = 3$, $CB = 7$, e sarà il raggio $IV = 5$. È dunque certo, che essendo l'area del rettangolo $AE = 15$, perché $\overline{AC = 3} \times \overline{CE = 5} = 15$; essendo l'area del rettangolo $EB = 35$, perché $\overline{EC = 5} \times \overline{CB = 7} = 35$; le parti del diametro essendo $AC = 3$, $CB = 7$ e però l'area del quadrato CO dedotto dal seno CD essendo $= 21$, si verifica per numerica dimostrazione che 21 è mezzo armonico tra gl'estremi 15, 35 per la definizione di questo mezzo, del quale le differenze tra gl'estremi dovendosi trovare in ragione eguale alla ragione degl'estremi, e le differenze essendo 15 $:^6$ 21 $:^{14}$ 35, in numeri primi, 3 : 7, questa è la ragione delli estremi 15 : 35. Nulla poi importa in questa dimostrazione, che il seno CD (quantità sorda) non possa esprimersi col numero per radice quadrata, ma unicamente, e onninamente importa, che la numerica dimostrazione si verifichi nelle aree dei due rettangoli, e del quadrato, le quali essendo della categoria delle superficie, non sarà certamente possibile a veruno di sostenere, che *non sieno cose della stessa natura*, e che in conseguenza *non si possano tra loro paragonare*.

È ugualmente certo per numerica dimostrazione che la ragione 3 : 7, in cui sono le parti, AC, CB, ridotta a proporzione geometrica discretta con li tre mezzi determinati, armonico, aritmetico, e contrarmonico, è = 15 : 21 : 25 : 29 : 35, di cui 21 è il mezzo armonico, 25 l'aritmetico, e 29 il contrarmonico, e gl'estremi 15 : 35 = 3 : 7. Adunque applicandosi li tre termini 15, 21, 35, di questa proporzione, 15 all'area del rettangolo AE, 21 all'area del quadrato CO, 35 all'area del rettangolo EB, tanto è lontano, che l'Autore abbia qui fatto entrare quantità [pag 10] eterogenee, quantocchè non è dimostrabile l'area del rettangolo AE, se non che dalla moltiplica di $AC = 3$ per $CE = 5$, di cui il prodotto è $AE = 15$; l'area del quadrato CO dalla moltiplica di $AC = 3$ per $CB = 7$, di cui il prodotto 21 (come dimostra Euclide nel suo sesto libro degli Elementi di Geometria) è eguale all'area del quadrato CO; l'area del rettangolo EB finalmente dalla moltiplica della linea $CE = 5$ per $CB = 7$, di cui il prodotto è $= EB = 35$. L'equivoco del celebre Soggetto M. Rousseau è nelle due parole *numeri astratti*. In questa dimostrazione non sono altrimenti astratti; sono concretati alla ragione, e proporzione, in cui identificamente convengono colle aree suddette. Queste tutte sono tra loro omogenee, e della stessa natura, perché contenute ed abbracciate da una sola categoria, cioè dalla categoria delle superficie, e le superficie sono determinate tra loro dai dati, e dalle figure alle tali dimostrate ragioni, e proporzioni. Dimostrando queste ragioni, e proporzioni col numero, non perciò si cambia il piano universale delle ragioni è proporzioni, nel quale è forza, che ugualmente si risolvano (ciascuna nella sua categoria) le linee, le superfici, li solidi, e quanto vi è di rapporto tra i termini di quantità razionale. Adunque se il numero altro non dimostra, che le ragioni, e proporzioni, il piano del numero è universale, ugualmente adattabile, e comune alle linee, alle superficie, ed ai solidi (ciascuno nella propria categoria) quando si tratti di ragioni, e proporzioni di quantità razionale. Non si sa realmente capire come sì celebre Soggetto abbia ivi introdotto di propria sentenza quel periodo, in cui, nè si verifica, che la ivi criticata dimostrazione *non sia generale*, perché nella razionale quantità è affatto universale, nè si verifica, che ivi *si introducano quantità eterogenee*, [pag 11] perché anzi con matematico rigore ivi si versa sulle sole ragioni, e proporzioni trasportate collo stesso esponente di ragione dalla categoria delle linee alla categoria della superficie, con le quali ragioni e proporzioni il Sig. Tartini vuole dimostrare la sua proposizione, che unicamente da esse dipende. Perciò appunto il detto Autore mi fece avvertire, che nel suo testo a carte 24 ha limitata la geometrica proposizione con le parole: *in qualunque ragione razionale*, perché sebben la Geometria possa dimostrare lo stesso nella quantità sorda, valendosi Egli del solo numero, doveva necessariamente limitarla alla sola quantità razionale. Aggiunse, che la quantità sorda non avendo luogo alcuno nel Musicale Sistema, se anche il numero avesse la facoltà di esprimerla (Egli sostiene, e ben chiaramente dimostra esservi questa facoltà nel numero inteso nel suo vero senso, e ne ha data pubblica prova nella sua risposta al Critico del suo Trattato M. le Serre a carte 30 in una geometrica figura, dove col solo numero dimostra le linee di quantità sorda) nel detto sistema non sarebbe di uso alcuno.

L'unica matematica prova per dimostrare la totale universalità di una proposizione si è di dimostrare coll'analisi algebrica in lettere, quello si è dimostrato in numero. Proviamoci dunque.

Sia il raggio $IV = a$, sarà per conseguenza il diametro $AB = 2a$ sia il segmento qualunque $AC = x$, sarà per conseguenza l'altro $CB = \overline{2a - x}$. Essendo per la Geometria il quadrato del seno $CD =$ al rettangolo delli segmenti del diametro, sarà dunque il seno $CD = \sqrt{2ax - x[^2]}$.

Posto tutto questo per natura della proposizione avremo la seguente proporzione geometrica, che dimostrata tale dal prodotto degli estremi eguale a quello delli medii, oppure dalla successiva distruzione delli termini dell'equazione che da tale prodotto nascerà fino al zero, questa sarà la unica matematica prova della totale sua universalità in natura (come m'insegneranno tutti gl'insigni Analitici) non solo nelle ragioni razionali, ma ancora in tutte le possibili ragioni irrazionali, che è molto più di quello si era contentato dimostrare il Sig. Tartini; in modo tale che non vi sarà mai punto di divisione nel diametro, ne seno, che a quella proposizione non sia in tutto e per tutto soggetto; ma andiamo alla proporzione promessa. [pag 12]

Sarà $\overline{ax - 2ax + x^2} : \overline{2ax - x^2 - 2a^2 + ax} :: \overline{x} : \overline{2a - x}$

Ho detto $:: \overline{x} : \overline{2a - x}$, perchè per la Geometria quando si moltiplicano due line disuguali per una terza linea, li rettangoli che ne nascono sono dimostrativamente nella medesima ragione, che erano le linee disuguali; perciò avendo in tale occasione moltiplicati li due segmenti del diametro $\overline{x}$, $\overline{2a - x}$ per il raggio, a, si trova dimostrativamente $\overline{ax} : \overline{2a^2 - ax} :: \overline{x} : \overline{2a - x}$, onde legittimamente posso sostituire nella prima proporzione geometrica questa ultima ragione $x : 2a - x$ invece dell'altra $\overline{ax} : \overline{2a^2 - ax}$ a scanso di una moltiplica più lunga e superflua, potendosi questa in modo più corto e semplice fare, ed ottenendone con rigore matematico lo stesso intento; dunque si moltiplichino nella prima proporzione geom: gl'estremi, e se il loro prodotto sarà eguale a quello delli medii, oppure se si ridurrà l'equazione $=$ a zero sarà dimostrata analiticamente la universalità totale di detta proposizione come ho detto di sopra. [pag 13]

Sia dunque di nuovo la prima sopracennata proporzione geometrica $\overline{ax - 2ax + x^2} : \overline{2ax - x^2 - 2a^2 + ax} :: \overline{x} : \overline{2a - x}$.

Facendo il prodotto degl'estremi e quello delli medii si averà $2ax^2 - x^3 - 2a^2x + ax^2 = 2a^2x - 4a^2x + 2ax^2 - ax^2 + 2ax^2 - x^3$.

Portando $-x^3$ nell'altro membro dell'equazione colla solita mutazione di segno si averà $2a^2x - 2a^2x + ax^2 = 2ax^2 - 4a^2x + 2ax^2 - ax^2 + 2ax^2$.

Portando $2ax^2$ nell'altro membro dell'equazione si averà $-2a^2x + a^2x = 2a^2x - 4a^2x + 2a^2x - a^2x$.

Portando $-2a^2x$ nell'altro membro dell'equazione si averà $ax^2 = 2ax^2 - ax^2$.

Portando infine ax^2 nell'altro membro dell'equazione si averà per ultimo, $0 = 0$.

Ciò che doveva dimostrarsi.

Ho voluto dare questa dimostrazione in algebra, acciò ogn'uno si persuada che se il Sig. Tartini enunzia le sue proposizioni, e le dimostra solamente col numero, non è perché in sè elleno non sieno universali, ne riducibili all'algebra, ma perché ad esso manca per accidente la pratica materiale del maneggio delle lettere algebriche, della quale veramente io sono dimostrativamente convinto, non aver egli alcun bisogno.

Ma ciò che realmente mi sorprese, e che è la vera cagione di questo foglio, si è l'avermi dimostrativamente convinto della facoltà ed uso del mezzo contrarmonico, del quale uso, [pag 14] e facoltà manca affatto la nozione in Geometria, nulla sapendosene di più che la definizione. Dedotta dalla ragione 3 : 7 la proporzione geometrica discreta colli tre mezzi determinati in 15 : 21 : 25 : 29 : 35; dimostrata l'area del rettangolo $AE = 15$, del quadrato $CO = 21$, del quadrato $AV = 25$, del rettangolo $EB = 35$, rimaneva a dimostrare la facoltà, e l'uso del mezzo contrarmonico 29, senza di che ne io, ne altri poteva essere persuaso della inutile assegnazione di un termine, che non ha uso alcuno in quella figura, dove lo hanno gli estremi 15 : 35, ed i due mezzi armonico 21, aritmetico 25 della detta proporzione. Ricercato da me l'Autore su questo punto, egli con molta flemma, e pari accortezza mi fece dedurre l'area intiera del semiquadrato AN. Io glie la dimostrai = 50, perché $\overline{BN = 5} \times \overline{BA = 10} = 50$. Da quest'area egli mi fece sottrare l'area del quadrato del seno = 21. Nell'avanzo della sottra mi viddi comparire l'area irregolare = 29 dimostrata dal mezzo contrarmonico 29 egualmente che le altre aree regolari dimostrate dalli due mezzi, e dalli due estremi della intiera proporzione $15 : 21 : 25; 29 : 35$. Gli chiesi se questo era caso particolare delli due estremi 3 : 7, o universale di qualunque ragione proposta in termini razionali? Mi rispose col fatto dimostrandomi a prova la realità di questo mezzo che dimostra l'area irregolare avanzata dalla sottra in qualunque assegnabile ragione ridotta a proporzione geometrica discreta con li trè mezzi determinati; né dandosi ragione in termini razionali, che non possa ridursi a tale proposizione, perciò è di universalità totale nella Geometria, [pag 15] a cui finora è stato incognito il di lui uso, ed applicazione. Al fatto, e alla dimostrazione non essendovi risposta, s'immagini chiunque quale io mi restassi al vedermi scoperta sotto gl'occhi una tale verità, e di tali conseguenze da una Persona; che certamente nulla sa di Geometria, ma che si dichiara, e proffessa di sapere in ben altro modo, che nel comune, la sola scienza delle ragioni; e proporzioni si in astratto, che in concreto. È pur troppo vero che nelle Matematiche discipline questa parte di scienza rimane ancora imperfetta per quanto Soggetti insigni si siano affaticati per avvanzarla. Prova più evidente e più luminosa di questa, per esser convinti che un tale Uomo realmente possiegga la vera, ed intiera scienza delle ragioni, e proporzioni, non può assegnarsi. È dunque interesse comune della dotta matematica Classe, che quest'Uomo sia spinto ad esporla, ed a pubblicarla; ed era mio debito particolare di palesare con questo foglio, quanto col medesimo mi è occorso ad onta della di lui ritrosia. Se questo intento si ottiene, non si dolga, ma si compiaccia il celebre M. Rousseau del di lui sbaglio, che avrà prodotto un tanto beneficio, e che in si dotto Soggetto non può essere sopravvenuto, che dall'esame superficiale di quel luogo, dove appunto versa il Sig. Tartini sulle ragioni, e proporzioni, ma però profondo a raguaglio del poco che si sa comunemente delle medesime. Mi compiaccio anch'io non tanto perché essendo parziale di questo Trattato di Musica, nè reggendo la unica opposizione, che a questo Trattato ha fatta M. Rousseau, mi trovo parziale del vero, quanto perché la buona mia sorte mi pone al caso di fare un pubblico importantissimo beneficio alle Matematiche Discipline.

IL FINE.

Conservatorio di Musica "Giuseppe Tartini", Trieste.
Redazione a cura di Cristina Scuderi (cura dei testi)
e Tiziano Bole (riproduzione di immagini grafiche e redazione in LaTeX).